

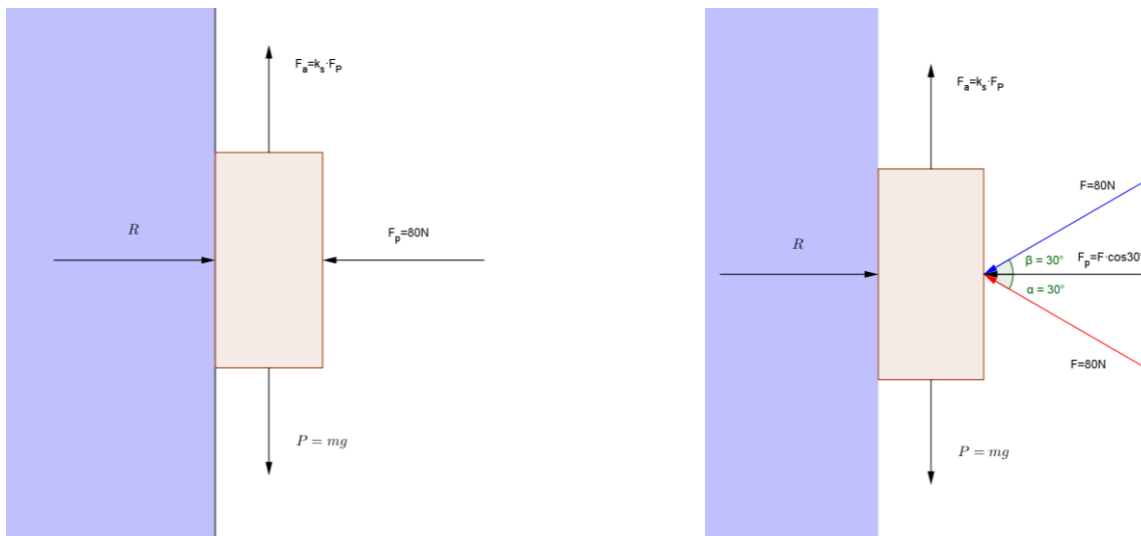
## Problema 1

Un corpo di massa  $m$  è tenuto in equilibrio, su una parete verticale da una forza premente (perpendicolare alla parete)  $F=80N$ . Se il coefficiente di attrito da parete e corpo è di  $0,4$

a) trovare la massa  $m$  del corpo

b) se la forza  $F$  che tiene il equilibrio il corpo forma un angolo di  $30^\circ$ , con la retta orizzontale alla parete, trovare la massa del corpo. In questo caso consideriamo il vettore  $F$ , sotto la linea orizzontale.

c) se la forza  $F$  che tiene il equilibrio il corpo forma un angolo di  $30^\circ$ , con la retta orizzontale alla parete, trovare la massa del corpo. In questo caso consideriamo il vettore  $F$ , sopra la linea orizzontale.



Se il corpo di massa  $m$  è in equilibrio, vediamo quante forze agiscono e scriviamo l'equilibrio lungo l'asse  $x$  e lungo l'asse  $y$ :

**Caso della forza orizzontale:**

$$F_a = k_s F_p = 0,4(80) = 32N$$

$$\begin{aligned} x \begin{cases} R = F_p \\ y \begin{cases} P = F_a \end{cases} \end{cases} &\Rightarrow x \begin{cases} R = F_p = 80N \\ y \begin{cases} mg = k_s F_p \end{cases} \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} R = F_p = 80N \\ y \begin{cases} m = \frac{k_s F_p}{g} = \frac{0,4(80)}{9,8} = 3,27kg \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

**Caso della forza, che forma un angolo di  $30^\circ$  dal basso:**

Se  $F$  forma un angolo di  $30^\circ$ , anche qui scomponiamo le forze e scriviamo le condizioni di equilibrio:

$$\begin{aligned} x \begin{cases} R = F_p = F_x \\ y \begin{cases} P - F_a - F_y = 0 \end{cases} \end{cases} &\Rightarrow x \begin{cases} R = F_p = F \cos 30 \\ y \begin{cases} mg - k_s F_p - F \sin 30 = 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} R = F_p = 80 \cos 30 = 69,28N \\ y \begin{cases} mg = k_s F_p + F \sin 30 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \\ x \begin{cases} R = F_p = 80 \cos 30 = 69,28N \\ y \begin{cases} m = \frac{k_s F_p + F \sin 30}{g} = \frac{0,4(69,28) + 80 \sin 30}{9,8} = 6,9N \end{cases} \end{cases} & \end{aligned}$$

### Caso III:

Se  $F$  forma un angolo di  $30^\circ$ , e sta in alto, anche qui scomponiamo le forze e scriviamo le condizioni di equilibrio:

$$\begin{aligned} x \begin{cases} R = F_p = F_x \\ P - F_a + F_y = 0 \end{cases} &\Rightarrow x \begin{cases} R = F_p = F \cos 30 \\ mg - k_s F_p + F \sin 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} R = F_p = 80 \cos 30 = 69,28 N \\ mg = k_s F_p - F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow \\ y \begin{cases} R = F_p = 80 \cos 30 = 69,28 N \\ m = \frac{k_s F_p - F \sin 30}{g} = \frac{27,71 - 40}{9,8} = -1,25 N \end{cases} \end{aligned}$$

tale risultato è assurdo, poiché otteniamo una massa negativa.

Infatti in queste condizioni non abbiamo l'equilibrio dato che:

la forza di attrito è minore della componente della forza:

La forza di attrito,  $F_s = k_s F_p = k F \cos 30 = 0,4(80) \cos 30 = 0,4(69,28) = 27,71$  (diretta verso l'alto)

E la componente della forza,  $F_y = F \sin 30 = 40 N$  (diretta verso il basso).

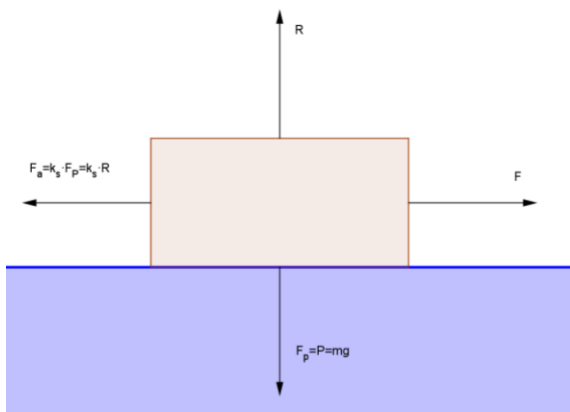
(a tale forza occorre aggiungere anche la forza peso, a maggior ragione il corpo non è in equilibrio).

### Problema 2

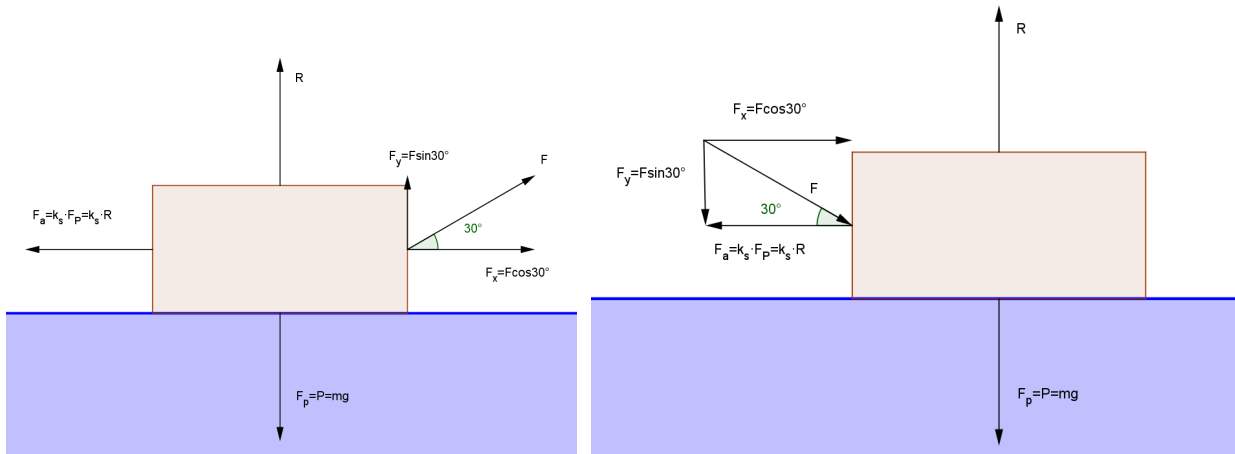
Una ragazza tira un trolley di massa  $m=20$  kg, con una forza  $F$ . Se il corpo è in equilibrio e il coefficiente di attrito statico è di  $0,4$ , trovare la forza di attrito massima. Se la forza  $F$ , forma un angolo di  $30^\circ$ , quanto vale in questo caso la forza di attrito?

#### Primo caso:

$$\begin{aligned} x \begin{cases} F = F_a \\ R = P \end{cases} &\Rightarrow x \begin{cases} F = F_a = kR = (0,4)(196) = 78,4 N \\ R = mg = 20(9,8) = 196 N \end{cases} \end{aligned}$$



**Secondo caso:**



$$x \begin{cases} F_x = F_a \\ R = P - F_y \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 = k_s R \\ R = P - F_y = mg - F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 = k_s (mg - F \sin 30) \\ R = P - F_y = mg - F \sin 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 = k_s mg - k_s F \sin 30 \\ R = P - F_y = mg - F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 + k_s F \sin 30 = k_s mg \\ R = P - F_y = mg - F \sin 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F \cos 30 + k_s F \sin 30 = k_s mg \Rightarrow F (\cos 30 + k_s \sin 30) = k_s mg$$

$$F = \frac{k_s mg}{\cos 30 + k_s \sin 30} = \frac{0,4(20)9,8}{\cos 30 + 0,4 \sin 30} = \frac{78,4}{1,067} = 73,5 N$$

Sostituendo alla relazione:

$$F_a = F \cos 30 = 73,5 \cos 30 = 63,6 N$$

**Terzo caso:**

$$x \begin{cases} F_x = F_a \\ R = P + F_y \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 = k_s R \\ R = P + F_y = mg + F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 = k_s (mg + F \sin 30) \\ R = P + F_y = mg + F \sin 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 = k_s mg + k_s F \sin 30 \\ R = P + F_y = mg + F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} F \cos 30 - k_s F \sin 30 = k_s mg \\ R = P + F_y = mg + F \sin 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F \cos 30 - k_s F \sin 30 = k_s mg \Rightarrow F (\cos 30 - k_s \sin 30) = k_s mg$$

$$F = \frac{k_s mg}{\cos 30 - k_s \sin 30} = \frac{0,4(20)9,8}{\cos 30 - 0,4 \sin 30} = \frac{78,4}{0,667} = 117,5$$

Sostituendo alla relazione:

$$F_a = F \cos 30 = 117,5 \cos 30 = 101,8 N$$

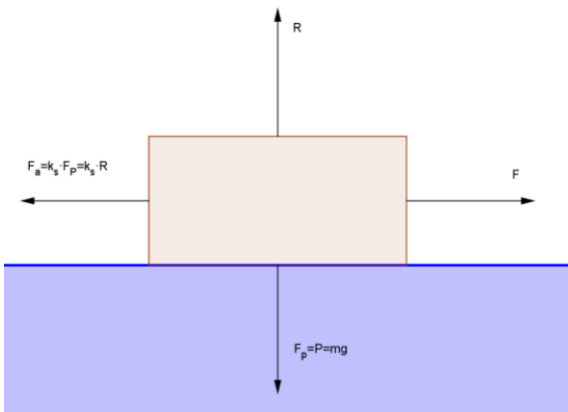
### Problema 3

Una ragazza tira un trolley di massa  $m=20\text{ kg}$ , con una forza  $F=100\text{ N}$  orizzontale. Se il corpo è in equilibrio, trovare il coefficiente di attrito tra corpo e superficie. Se la forza  $F$ , forma un angolo di  $30^\circ$ , quanto vale in questo caso il coefficiente di attrito? Se invece la forza  $F$  spinge il corpo, sempre che forma un angolo di  $30^\circ$  con la superficie, quanto vale ora  $k_s$ ?

vale in questo caso la forza di attrito?

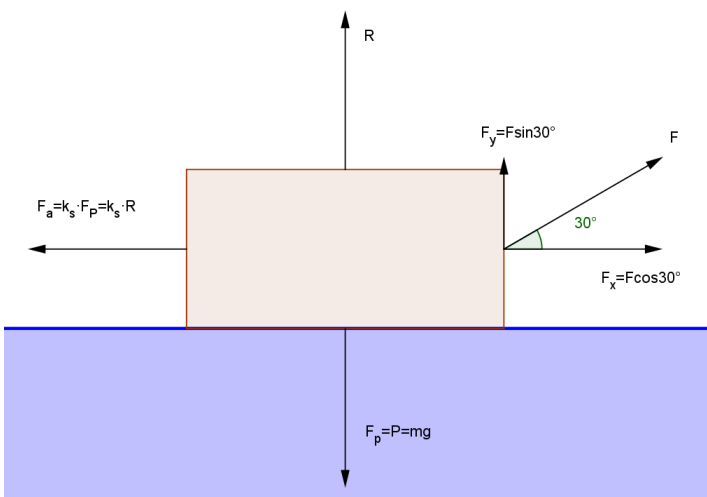
**Primo caso:**

$$\begin{cases} x & F = F_a \\ y & R = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x & k_s R = F \\ y & R = mg = 20(9,8) = 196\text{ N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x & k_a = \frac{F}{R} = \frac{100}{196} = 0,51 \\ y & R = mg = 20(9,8) = 196\text{ N} \end{cases}$$



**Secondo caso:**

$$\begin{cases} x & F_x = F_a \\ y & R = P - F_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x & F \cos 30 = k_s R \\ y & R = P - F_y = mg - F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x & k_s = \frac{F \cos 30}{R} = \frac{86,6}{146} = 0,59 \\ y & R = mg - F \sin 30 = 20(9,8) - 100 \sin 30 = 146 \end{cases}$$



**Terzo caso:**

$$\begin{cases} x & F_x = F_a \\ y & R = P + F_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x & F \cos 30 = k_s R \\ y & R = P + F_y = mg + F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x \left\{ k_s = \frac{F \cos 30}{R} = \frac{86,6}{246} = 0,35 \right.$$

$$y \left\{ R = mg + F \sin 30 = 20(9,8) + 100 \sin 30 = 246 \right.$$

