

► Problemi

La risoluzione dei problemi richiede la conoscenza degli argomenti trasversali a più paragrafi. Con il pallino sono contrassegnati i problemi che presentano una maggiore complessità.

1 A una molla vengono applicate verticalmente e nello stesso verso le forze $F_1 = 1,5$ N ed $F_2 = 0,5$ N, prima separatamente e poi congiuntamente. La costante elastica della molla è pari a 20 N/m. Verifica che l'allungamento della molla sottoposta alla forza $F = F_1 + F_2$ è uguale alla somma degli allungamenti provocati dalle singole forze.

SUGGERIMENTO Devi trovare i tre allungamenti Δs_1 , Δs_2 e Δs e poi verificare che $\Delta s = \dots$ [0,10 m]

Nel primo caso:

$$F_1 = k\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{1,5}{20} = 0,075m = 7,5cm$$

$$F_2 = k\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{F_2}{k} = \frac{0,5}{20} = 0,025m = 2,5cm$$

Da cui $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0,075 + 0,025m = 0,10m = 10cm$

$$F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k} = \frac{F_1 + F_2}{k} = \frac{2}{20} = 0,10m = 10cm$$

•2 Due molle di peso trascurabile hanno costante elastica rispettivamente pari a $K_1 = 100$ N/m e $K_2 = 200$ N/m. Esse sono agganciate verticalmente l'una all'altra, in modo tale che l'estremità superiore della prima è fissa, mentre all'estremità libera della seconda viene applicato un peso di 2,5 N.

Determina l'allungamento complessivo delle due molle. Sapresti trovare, quindi, la costante elastica K di una molla che, sottoposta sempre a una forza di 2,5 N, presenti lo stesso allungamento complessivo? Quale relazione si può ipotizzare fra K , K_1 e K_2 ?

SUGGERIMENTO Devi, come nel precedente problema, trovare i tre allungamenti Δs_1 , Δs_2 e Δs , dopodiché calcolare K e poi verificare, per esempio, se $K = K_1 + K_2$ oppure se $\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \dots$ [3,75 cm; 67 N/m]

$$F = k_1\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{2,5}{100} = 0,025m = 2,5cm$$

$$F = k_2\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{F}{k_2} = \frac{2,5}{200} = 0,0125m = 1,25cm$$

Da cui $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0,025 + 0,0125m = 0,0375m$

$$F = k\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{2,5}{0,0375} = 66,67$$

Osserviamo che la relazione è:

$$F = k_1\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{F_1}{k_1} \quad \text{e} \quad F = k_2\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{F}{k_2}$$

E Allora $F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k}$

Da cui $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ e sostituendo: $\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$ e semplificando: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

Infatti sostituendo i dati ho che:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{100} + \frac{1}{200} = \frac{3}{200} \Rightarrow k = \frac{200}{3} = 66,7$$

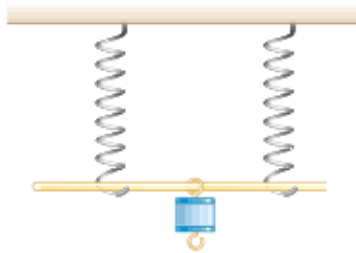
- 3** Una molla ha una lunghezza a riposo di 16,5 cm. Appendendole una massa di 865 g, la molla si allunga raggiungendo la lunghezza finale di 19,7 cm. Calcola la costante elastica della molla.

[265 N/m]

$$\Delta x = x_1 - x_0 = 19,7 - 16,5 = 3,2 \text{ cm} = 0,032 \text{ m}$$

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{0,865(9,8)}{0,032} = 265 \text{ N/m}$$

- 4** Due molle elastiche identiche sono collegate come in figura. Alle due molle è applicata una forza di 12 N. Se la costante elastica di ciascuna delle due molle è 60 N/m, qual è l'allungamento subito da ciascuna di esse?



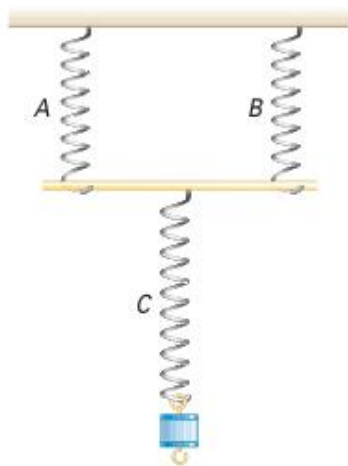
SUGGERIMENTO Quando le molle sono posizionate come in figura (in parallelo) le costanti elastiche si sommano...

[0,1 m]

Il sistema è in equilibrio: le forze sono tre: la forza F_1 della prima molla, la forza F_2 della seconda molla e la forza peso P .

$$F_1 + F_2 = P \Rightarrow k\Delta x + k\Delta x = P \Rightarrow 2k\Delta x = P \Rightarrow \Delta x = \frac{P}{2k} = \frac{12}{2(60)} = 0,1 \text{ m}$$

- 5 Sono date tre molle A , B , C di peso trascurabile posizionate come in figura. Sapendo che la forza applicata è $3,6\text{ N}$ e che le costanti delle molle sono $K_A = K_B = 30\text{ N/m}$ e $K_C = 15\text{ N/m}$, determina l'allungamento complessivo subito dal sistema.



SUGGERIMENTO Prima determina $K_{AB} = K_A + K_B$ relativo al sistema costituito dalle due molle. Considera le molle A e B come una sola molla posizionata in verticale con la molla C .

Si avrà: $\frac{1}{K_{\text{Sistema}}} = \frac{1}{K_{AB}} + \frac{1}{K_C}$...

[30 cm]

Le molle A e B si possono considerare come una sola molla, avente come coefficiente la somma dei coefficienti.

$$k_{AB} = k_A + k_B = k + k = 2k = 2(30) = 60\text{ N/m}$$

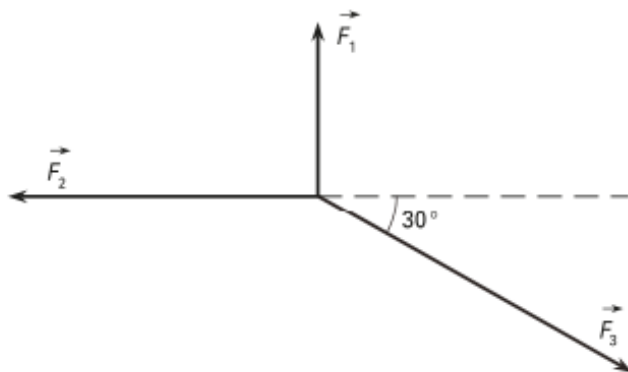
E quest'unica molla si può considerare come un'unica molla avente coefficiente:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_{AB}} + \frac{1}{k_C} = \frac{1}{60} + \frac{1}{15} = \frac{5}{60} \Rightarrow k = \frac{60}{5} = 12\text{ N/m}$$

Quindi è come se la molla fosse unica:

$$\Delta x = \frac{F}{k} = \frac{3,6}{12} = 0,3\text{ m}$$

- 7 Nella figura che segue sono rappresentate tre forze in equilibrio. Sapendo che $F_1 = 50 \text{ N}$, determina l'intensità di F_2 ed F_3 .

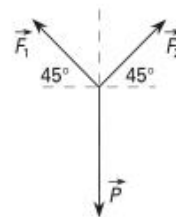
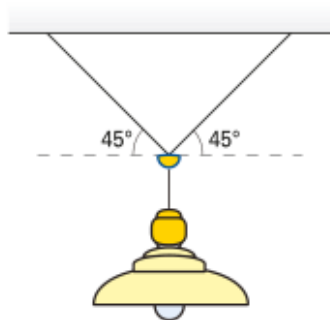


SUGGERIMENTO La condizione di equilibrio è $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$. Applica la regola del parallelogramma ai vettori \vec{F}_1 ed \vec{F}_2 . Affinché vi sia equilibrio, la diagonale del parallelogramma deve avere la stessa direzione e modulo di \vec{F}_3 , ma verso opposto. In definitiva le componenti di \vec{F}_3 non sono altro che...

$$[F_2 = 86,6 \text{ N}; F_3 = 100 \text{ N}]$$

$$\begin{cases} F_2 = F_{3x} \\ F_1 = F_{3y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = F_{3x} = F_3 \cos 30 \\ F_1 = F_{3y} = F_3 \sin 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_3 = \frac{F_1}{\sin 30} = 100 \text{ N} \\ F_2 = F_{3x} = F_3 \cos 30 = 100 \cos 30 = 86,6 \text{ N} \end{cases}$$

- 8 Il lampadario della stanza di Veronica pesa 5 kg. Determina l'intensità delle forze che agiscono lungo i cavetti. **SUGGERIMENTO** La situazione può essere schematizzata nel seguente modo, con $F_1 = F_2$:



La condizione di equilibrio è $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{P}$ per cui applicando la regola del parallelogramma a...

$$[F_1 = F_2 = 34,7 \text{ N}]$$

$$\begin{cases} F_{1x} = F_{2x} \\ F_{1y} + F_{2y} = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 \cos 45 = F_2 \cos 45 \\ F_1 \sin 45 + F_2 \sin 45 = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = F_2 \\ 2F_1 \sin 45 = mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_1 = F_2 \\ F_1 = \frac{mg}{2 \sin 45} = \frac{(5)(9,8)}{2 \sin 45} = 34,6 \text{ N} \end{cases}$$

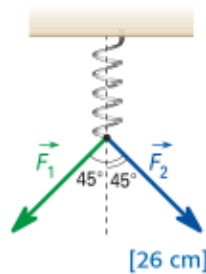
- 9 Fai il disegno e ripeti il problema precedente, nell'ipotesi che l'angolo formato dai cavetti con la linea dell'orizzonte sia di 30°.

$$[F_1 = F_2 = 49 \text{ N}]$$

$$\begin{cases} F_{1x} = F_{2x} \\ F_{1y} + F_{2y} = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 \cos 30 = F_2 \cos 30 \\ F_1 \sin 30 + F_2 \sin 30 = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = F_2 \\ 2F_1 \sin 30 = mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_1 = F_2 \\ F_1 = \frac{mg}{2 \sin 45} = \frac{(5)(9,8)}{2 \sin 30} = 49 \text{ N} \end{cases}$$

- 10 La molla in figura si trova in equilibrio, essendo sottoposta alle due forze rappresentate, entrambe di modulo pari a 16,9 N. La lunghezza attuale della molla è di 32 cm. Calcola la lunghezza a riposo, vale a dire a molla scarica, sapendo che la sua costante elastica vale 400 N/m.



Gli angoli adiacenti a F1 e F2 sono di 45°

$$\begin{cases} F_{1x} = F_{2x} \\ F_{1y} + F_{2y} = F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 \cos 45 = F_2 \cos 45 \\ F_1 \sin 45 + F_2 \sin 45 = k \Delta x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = F_2 \\ 2F_1 \sin 45 = k \Delta x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_1 = F_2 \\ \Delta x = \frac{2F_1 \sin 45}{k} = \frac{2(16,9) \sin 45}{400} = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_0 = s - \Delta s = 32 - 6 = 26 \text{ cm}$$

- 11 In assenza di attrito, su un piano inclinato, lungo 2,4 m, una cassa di massa 50 kg viene trattenuta grazie a una forza equilibrante parallela al piano di 196 N.

- a) Determina il dislivello tra le due estremità.
b) Se la lunghezza del piano si dimezza, qual è la forza necessaria per l'equilibrio?

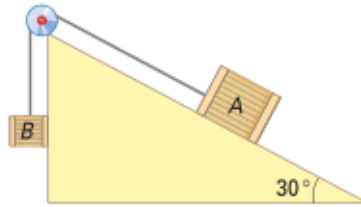
$$[a) 0,96 \text{ m}; b) 392 \text{ N}]$$

$$F_e = P \frac{h}{l} \Rightarrow h = \frac{F_e}{P} l = \frac{196}{50(9,8)} 2,4 = 0,96 \text{ m}$$

$$\Rightarrow F_{e2} = P \frac{h}{l_2} = P \frac{h}{\frac{l}{2}} = P \frac{2h}{l} = \frac{50(9,8)2(0,96)}{2,4} = 392 = 2F_e$$

La forza equilibrante raddoppia perché inversamente proporzionali.

- 12 La cassa A di 110 kg è tenuta in equilibrio, su un piano inclinato lungo 8 m e avente un'inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale, da una cassa B.



- a) Determina, in assenza di attrito, qual è il peso della cassa B.
 b) Quale sarebbe la forza equilibrante poco prima che la cassa inizi a muoversi, se tra essa e il piano inclinato vi fosse un coefficiente di attrito statico di 0,3?

SUGGERIMENTO La forza d'attrito massima è data da $F_s = K_s \cdot P_\perp$ ed è tale che in sua presenza la forza equilibrante diminuisce.

[a) 540 N; b) 259 N]

a) Per l'equilibrio:

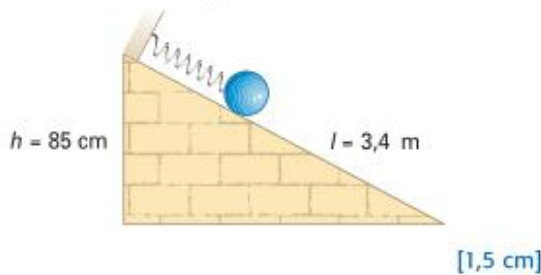
$$P_B = P_A \sin 30 \Rightarrow P_B = m_A g \sin 30 = 110(9,8) \sin 30 = 539 \text{ N}$$

b) in caso di attrito:

$$P_B = P_A \sin 30 - k P_A \cos 30 \Rightarrow$$

$$P_B = m_A g \sin 30 - k m_A g \cos 30 = 110(9,8) \sin 30 - 0,3(110)g \cos 30 = 259 \text{ N}$$

- 13 A una molla elastica di costante $K = 120 \text{ N/m}$ viene appesa una sferetta di massa 750 g. Di quanto si allunga la molla per mantenere la sfera in equilibrio in assenza di attrito?

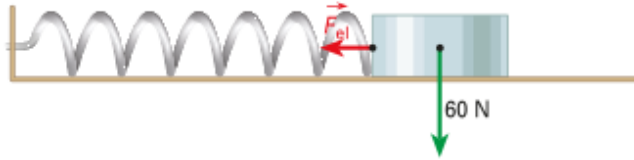


[1,5 cm]

a) Per l'equilibrio:

$$F_e = P \frac{h}{l} \Rightarrow k \Delta x = mg \frac{h}{l} \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} \frac{h}{l} = \frac{0,75(9,8)0,85}{120(3,4)} = 0,015 \text{ m} = 1,5 \text{ cm}$$

- 14 Una molla è disposta orizzontalmente su una superficie. Un suo estremo è fisso, mentre all'altro estremo è fissato un corpo, su cui agisce una forza verticale di 60 N, che può strisciare sulla superficie. Il coefficiente d'attrito statico vale 0,085. Se la molla risulta allungata di 6,0 cm, quanto deve valere la sua costante elastica, affinché la forza di richiamo che essa esercita sia in grado di far muovere il corpo?

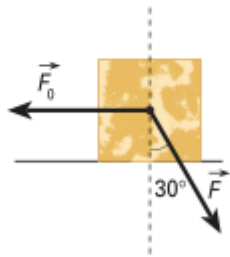


SUGGERIMENTO La forza esercitata dalla molla deve essere uguale alla forza d'attrito statico radente al distacco, quindi...
[85 N/m]

a) Per l'equilibrio:

$$F_e = k_s P \Rightarrow k \Delta x = k_s P \Rightarrow k = k_s \frac{P}{\Delta x} = 0,085 \frac{60}{0,06} = 85 \text{ N/m}$$

- 15 Un cubo di marmo di peso 4000 N è in equilibrio su un piano orizzontale.
- Determina la reazione vincolare.
 - Calcola la forza minima necessaria affinché il cubo cominci a muoversi, nel caso in cui il coefficiente di attrito statico fra il marmo e la superficie di appoggio è 0,15.
 - Se sul cubo agisse anche una forza \vec{F} di intensità 800 N, diretta come in figura, quale intensità dovrebbe avere una forza orizzontale F_0 affinché il cubo inizi a muoversi?



SUGGERIMENTO Scomponi la forza \vec{F} in due direzioni, una perpendicolare al piano di appoggio del cubo (per cui ha la stessa direzione e lo stesso verso della forza peso) e l'altra parallela al piano d'appoggio...

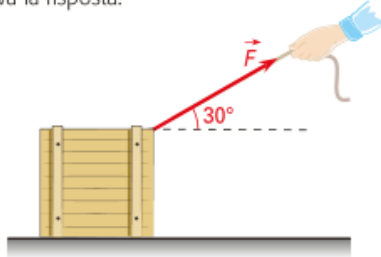
[a) ...; b) 600 N; c) 1104 N]

$$R = P = 4000 \text{ N}$$

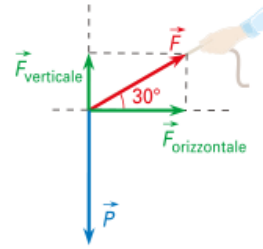
$$F_a = kR = kP = 0,15(4000) = 600 \text{ N}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = P + F \sin 30 = 4000 + 800 \cos 30 = 4693 \text{ N} \\ F_0 = F_a + F \sin 30 = kN + F \sin 30 = 0,15(4693) + 800 \sin 30 = 704 + 400 = 1104 \text{ N} \end{array} \right.$$

- 16 Un ragazzo tira una cassa di massa 37,0 kg su un piano orizzontale applicando una forza di 150 N la cui direzione forma con l'orizzontale un angolo 30°. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra il piano e la cassa è $K_s = 0,4$, determina:
 a) la forza massima di attrito statico che si esercita al distacco.
 b) La cassa rimane in equilibrio nella situazione descritta? Motiva la risposta.



SUGGERIMENTO a) Osserva la figura in cui sono schematizzate le forze agenti sulla cassa. La forza \vec{F} va scomposta nelle componenti $\vec{F}_{\text{orizzontale}}$ e $\vec{F}_{\text{verticale}}$.



Nella formula della forza d'attrito $F_s = K_s \cdot F_p$ la componente $F_p = P_{\perp} - F_{\text{verticale}} = m \cdot g - \dots$

b) La forza che agisce per spostare la cassa è solo la componente $F_{\text{orizzontale}}$. [a) 115 N; b) No, perché...]

Analizzo le forze sull'asse x e sull'asse y: (orizzontali e verticali) e imposto l'equilibrio:

$$\begin{cases} F_x - F_a = 0 \\ F_y - P + R = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x \leq F_a \\ R = P - F_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_a \geq F \cos 30 \\ R = P - F \sin 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} k_s R \geq F \cos 30 \\ R = mg - F \sin 30 = 37(9,8) - 150 \sin 30 = 287,6N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,4(287,6) \geq 150 \cos 30 \\ R = 287,6N \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_a = 115N \\ F_x = 130N \\ 115,04N \geq 130N \text{ (falso)} \\ R = 287,6N \end{cases}$$

Il corpo non rimane in equilibrio perché la forza orizzontale è maggiore della forza di attrito.

- 17 Un baule di 70 kg è fermo su un piano inclinato di altezza 1,20 m e lunghezza 3,60 m.
 a) Determina la forza d'attrito statico al distacco, sapendo che il coefficiente d'attrito statico fra il baule e il piano è 0,7.
 b) Dopo che il piano inclinato è stato pulito e lucidato, per mantenere in equilibrio il baule è sufficiente una forza equilibrante di 35 N. Qual è il nuovo coefficiente d'attrito statico? [a) 453 N; b) 0,3]

$$P = mg = 70(9,8) = 686$$

$$\text{Quindi sul piano agisce una forza attiva: } P_{\parallel} = P \frac{h}{l} = mg \frac{h}{l} = 70(9,8) \frac{1,2}{3,6} = 228,7N$$

$$\text{Se } b = \sqrt{3,6^2 - 1,2^2} = 3,4m / s$$

$$\text{La Forza premente: } P_{\perp} = P \frac{b}{l} = mg \frac{b}{l} = 70(9,8) \frac{3,4}{3,6} = 646,8N$$

$$\text{Oppure: } P_{\perp} = \sqrt{P^2 - P_{\parallel}^2} = \sqrt{686^2 - 228,7^2} = 646,8N$$

La forza di attrito è: $F_a = k_s P_{\perp} = 0,7(646,8) = 452,8N$

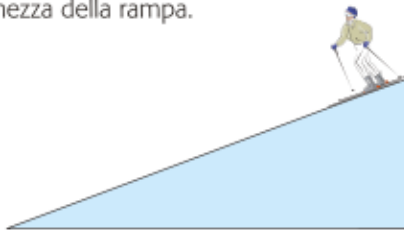
Impostiamo l'equilibrio su di un piano inclinato, osservato che sul piano orizzontale agiscono la forza attiva, la forza di attrito e la forza equilibrante. Sul piano verticale agiscono la forza premente e la reazione del piano:

La forza attiva e la forza premente non cambiano, l'unico parametro che cambia è il coefficiente di attrito:

$$\begin{cases} P_{\parallel} - k_s R - F_e = 0 \\ R = P_{\perp} = 648,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 228,7 - k_s(648,8) - 35 = 0 \\ R = P_{\perp} = 648,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_s(648,8) = 193,7 \\ R = P_{\perp} = 648,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_s = \frac{193,7}{648,8} = 0,3 \\ R = P_{\perp} = 648,8 \end{cases}$$

•18 Uno sciatore è fermo su una rampa alta 9 m grazie alla forza d'attrito massima che vale 85 N, agente tra gli sci e la neve, il cui coefficiente d'attrito radente statico vale 0,11. Determina:

- a) la reazione vincolare;
- b) la massa dello sciatore;
- c) la lunghezza della rampa.



[a) 773 N; b) 79 kg; c) 82 m]

Dati: $h=9m$, $F_a = 85N$, $k_s = 0,11$

Dato che: $F_a = k_s P_{\perp} = 0,7(646,8) = 452,8N \Rightarrow R = P_{\perp} = \frac{85}{0,11} = 772,7N$

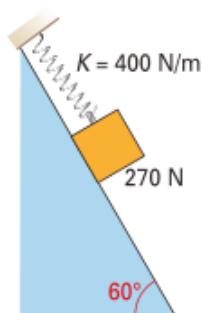
Dato il corpo è in equilibrio: $P_{\parallel} = F_a = 85N \Rightarrow P = \sqrt{P_{\parallel}^2 + P_{\perp}^2} = \sqrt{85^2 + 772,7^2} = 779,5N$

E quindi $m = \frac{P}{g} = \frac{779,5}{9,8} = 79,5Kg$

Dato che: $P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow l = P \frac{h}{P_{\parallel}} = 779,5 \frac{9}{85} = 82,5m$

•19 A una molla elastica di costante $K = 400 \text{ N/m}$ viene appeso un corpo di peso 270 N . Sapendo che il coefficiente di attrito radente statico fra piano e corpo è $0,35$, calcola di quanto si allunga la molla per mantenere il corpo in equilibrio quando viene esercitata la forza massima di attrito statico.

[0,466 m]



Dati: $K=400\text{N/m}$, $P=270\text{N}$, $K_s=0,35$

$$\begin{cases} P_{\parallel} - k_s R - F_e = 0 \\ R = P_{\perp} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P \sin 60 - k_s R - k \Delta x = 0 \\ R = P \cos 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 270 \sin 60 - 0,35(135) - 400 \Delta x = 0 \\ R = P \cos 60 = 270 \cos 60 = 135 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{270 \sin 60 - 0,35(135)}{400} = 0,466 \text{ m} = 46,6 \text{ cm} \\ R = P \cos 60 = 270 \cos 60 = 135 \text{ N} \end{cases}$$

Osserviamo che potevo ricavare subito l'allungamento e poi sostituire:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{P \sin 60 - k_s R}{k} = \frac{P \sin 60 - k_s P \cos 60}{k} \\ R = P \cos 60 \end{cases}$$

•20 Un disco di 800 g , agganciato a una molla e appoggiato su un piano inclinato, è in equilibrio così come riportato in figura. L'altezza del piano inclinato è di 20 cm , mentre la sua lunghezza è di 60 cm . La molla ha una costante elastica pari a 35 N/m e risulta allungata di 4 cm rispetto alla lunghezza a riposo. Individua il modulo della forza equilibrante minima parallela al piano inclinato, sapendo che il coefficiente d'attrito statico tra la superficie del piano e il disco vale $0,121$.



[1,9 N]

Dati $m=800\text{g}$, $h=20\text{cm}$, $l=60\text{cm}$, $K=35\text{N/m}$, $\Delta x=4\text{cm}$, $K_s=0,121$

$$P = mg = 0,8(9,8) = 7,84 \text{ N}$$

Quindi sul piano agisce una forza attiva: $P_{\parallel} = P \frac{h}{l} = 7,84 \frac{0,2}{0,6} = 2,61N$

Se $b = \sqrt{0,6^2 - 0,2^2} = 0,57m/s$

La Forza premente: $P_{\perp} = P \frac{b}{l} = 0,8(9,8) \frac{0,57}{0,6} = 7,39N$

Oppure: $P_{\perp} = \sqrt{P^2 - P_{\parallel}^2} = \sqrt{7,84^2 - 2,61^2} = 6,91N$

La forza elastica è: $F_e = k\Delta x = 35(0,04) = 1,4N$

Dato che la forza premente è: $R = P_{\perp} - F_e = 6,91 - 1,4 = 5,51N$

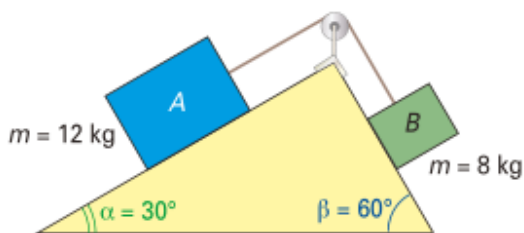
Abbiamo che: $F_a = k_s R = 0,121(5,51) = 0,67N$

Impostiamo l'equilibrio su di un piano inclinato, osservato che sul piano orizzontale agiscono la forza attiva, la forza di attrito e la forza equilibrante. Sul piano verticale agiscono la forza premente e la reazione del piano, e la forza elastica

La forza attiva e la forza premente non cambiano, l'unico parametro che cambia è il coefficiente di attrito:

$$\begin{cases} P_{\parallel} - F_a - F = 0 \\ R + F_e - P_{\perp} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = P_{\parallel} - F_a = 2,61 - 0,67 = 1,94N \\ R = P_{\perp} - F_e = 6,91 - 1,4 = 5,51N \end{cases}$$

- 21 Due casse A di massa 12 kg e B di massa 8 kg sono collegate come in figura.



- In assenza di attrito il sistema è in equilibrio? Motiva la risposta.
- Se fra il piano e la cassa B vi è un coefficiente di attrito statico 0,45, mentre fra il piano e la cassa A non vi è attrito, il sistema è in equilibrio?
- Quale dovrebbe essere la massa di A affinché nel caso b) il sistema stia sul punto di scendere dalla parte di A?
- Quale dovrebbe essere la massa di A affinché nel caso b) il sistema stia sul punto di scendere dalla parte di B?

[a] No, perché $P_{//A} (58,9 \text{ N}) < P_{//B} (68,0 \text{ N})$;
 b) Sì, perché l'attrito impedisce alla cassa di scendere dalla parte di B...; c) 17,5 kg; d) 10,3 kg]

Calcoliamo le componenti attive e le forze prementi di A e B:

$$P_A = m_A g = 12(9,8) = 117,6N$$

$$P_{A\parallel} = m_A g \sin 30 = 117,6 \sin 30 = 58,8N$$

$$P_{A\perp} = m_A g \cos 30 = 117,6 \cos 30 = 101,8N$$

$$P_B = m_B g = 8(9,8) = 78,4N$$

$$P_{B\parallel} = m_B g \sin 60 = 78,4 \sin 60 = 67,9N$$

$$P_{B\perp} = m_B g \cos 60 = 78,4 \cos 60 = 39,2N$$

$$F_{aB} = k_{sB} P_{\perp B} = 0,45(39,2) = 17,64N$$

a) Dato che $P_{A\parallel} < P_{B\parallel}$ in sistema non è in equilibrio ma si muove verso B

b)

Dato che la forza Risultante che agisce (dalla parte di B) sul piano è : $F = P_{\parallel B} - P_{\parallel A} = 67,9 - 58,8 = 9,1N$

Il sistema è in equilibrio perché: $F_{aB} > P_{\parallel B} - P_{\parallel A}$

c) (prendo come verso positivo il verso di A)

$$P_{\parallel A} - P_{\parallel B} - P_{Ba} = 0 \Rightarrow m_A g \sin 30 - P_{\parallel B} - P_{Ba} = 0 \Rightarrow m_A g \sin 30 = P_{\parallel B} + P_{Ba} \Rightarrow$$

$$m_A = \frac{P_{\parallel B} + P_{Ba}}{g \sin 30} = \frac{67,9 + 17,64}{4,9} = 17,5kg$$

d) (prendo come verso positivo il verso di B)

$$P_{\parallel B} - P_{\parallel A} - P_{Ba} = 0 \Rightarrow -m_A g \sin 30 + P_{\parallel B} - P_{Ba} = 0 \Rightarrow m_A g \sin 30 = P_{\parallel B} - P_{Ba} \Rightarrow$$

$$m_A = \frac{P_{\parallel B} - P_{Ba}}{g \sin 30} = \frac{67,9 - 17,64}{4,9} = 10,3kg$$

•23 Sapendo che la massa di un corpo è pari a 30,0 kg e che è stata misurata con una bilancia il cui errore di sensibilità è 0,2 kg, determina la misura del peso corrispondente. Per l'accelerazione di gravità assumi $g = (9,81 \pm 0,01) \text{ m/s}^2$.

[(294 ± 3) N]

$$P = mg \Rightarrow P = 30(9,8) = 294N$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} \Rightarrow \Delta P = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} \right) P = \left(\frac{0,2}{30} + \frac{0,01}{9,81} \right) 294 = 2,3 = 3$$

$$P = 294 \pm 3$$

24 A spring, whose spring constant is 120 N/m, is stretched 60,0 cm when a mass is hung from it. Find the mass.

[7,34 kg]

$$F_e = P \Rightarrow k\Delta x = mg \Rightarrow m = \frac{k\Delta x}{g} = \frac{120(0,6)}{9,81} = 7,34 \text{ kg}$$

25 A block with a mass of 3,00 kg is on a 45° ramp frictionless. How much force and in what direction must Peter exert so that the block rests on the ramp?

[20,8 N]

$$F_{eq} = P_{\parallel} = mg \sin 30 = 3(9,8) \sin 45 = 20,8 \text{ N}$$