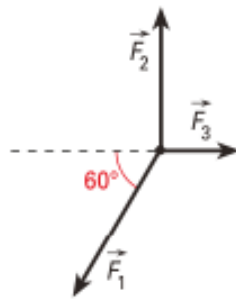


39 \vec{F}_1 , \vec{F}_2 ed \vec{F}_3 rappresentate in figura si fanno equilibrio. Sapendo che $F_1 = 84 \text{ N}$, determina F_2 ed F_3 .



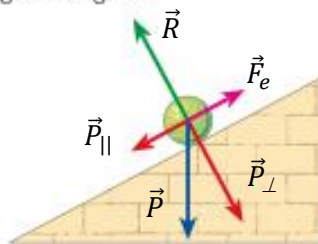
[73 N; 42 N]

Se il sistema è in equilibrio: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

$$\begin{cases} -F_{1x} + F_3 = 0 \\ F_2 - F_{1y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_3 = F_{1x} = F_1 \cos 60^\circ = 84 \cos 60^\circ = 27,0 \text{ N} \\ F_2 = F_{1y} = F_1 \sin 60^\circ = 84 \sin 60^\circ = 72,7 \text{ N} \end{cases}$$

5.6 L'equilibrio sul piano inclinato

40 Osserva la seguente figura.



- Precisa quali sono i vettori \vec{P}_\parallel (componente attiva), \vec{P}_\perp (componente perpendicolare), \vec{R} (reazione vincolare), \vec{F}_e (forza equilibrante).
- Può risultare P_\parallel maggiore di P ? Motiva la risposta.
No. Perché P è ipotenusa e P_\parallel è un cateto.
- Il modulo di \vec{P}_\perp deve essere uguale al modulo di
 $P_\perp = \sqrt{P^2 - P_\parallel^2}$, oppure $P_\perp = P \cos \alpha = P \frac{b}{l}$.
- Affinché vi sia equilibrio occorre che il modulo di \vec{P}_\parallel sia uguale al modulo di \vec{F}_e .

41 Una sfera di 100 N è in equilibrio su un piano inclinato lungo 5 m e alto 3 m. Calcola la forza equilibrante.

Per lo svolgimento dell'esercizio, completa il percorso guidato, inserendo gli elementi mancanti dove compaiono i puntini.

- 1 I dati sono: $P=100\text{N}, l=5\text{m}, h=3\text{m}$
- 2 La formula da usare, dato che ti viene chiesta la forza equilibrante, è $F_e = P \cdot \frac{h}{l}$
- 3 Sostituendo nella formula i dati si ha: $F_e = 100 \cdot \frac{3}{5} = 60\text{N}$...
[60 N]

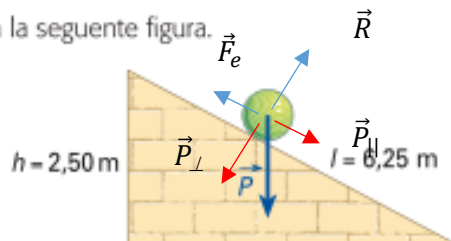
42 Un carrello di 1200 N viene tenuto in equilibrio lungo una discesa di 6 m la cui sommità è sollevata di 2 m rispetto al punto finale.

- a) Determina la forza equilibrante.
- b) Trova la componente attiva della forza peso.

[a) 400 N; b) ...]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} = 1200 \frac{2}{6} = 400\text{N}$$

43 Osserva la seguente figura.



- a) Scomponi graficamente il vettore peso nelle sue componenti \vec{P}_{\parallel} (componente attiva) e \vec{P}_{\perp} (componente perpendicolare).
- b) Quali sono i due vettori la cui somma è sempre nulla?
- c) Disegna il vettore forza equilibrante affinché la sferetta sia in equilibrio.
- d) Utilizzando le informazioni in figura e sapendo che $P = 800\text{ N}$, calcola la forza equilibrante.

[d) 320 N]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} = 800 \frac{2,5}{6,25} = 320\text{N}$$

44 Un masso si trova in equilibrio lungo un pendio assimilabile a un piano inclinato di lunghezza 48 m, la cui sommità rispetto al fondo si trova a 8 m di altezza. Se la forza equilibrante che agisce sul masso è 64 N, qual è il suo peso?

SUGGERIMENTO Per trovare il peso P devi moltiplicare ambo i membri della formula nota per l/h ...

[384 N]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow P = P_{\parallel} \frac{l}{h} = 64 \frac{48}{8} = 384 N$$

45 Osserva la seguente figura che rappresenta una sferetta in equilibrio grazie all'azione della forza equilibrante.



- Disegna il vettore \vec{P}_x (componente attiva).
- Quale relazione intercorre tra il modulo della forza equilibrante e quello della componente attiva del peso?
- Disegna i vettori \vec{P} (peso), \vec{P}_1 (componente perpendicolare) e \vec{R} (reazione vincolare).
- Utilizzando le informazioni in figura e sapendo che $\vec{P}_x = 1,50 N$, determina P .

SUGGERIMENTO $P_x = F_e$...

[d] 2,50 N]

La forza equilibrante è uguale e contraria alla forza attiva.

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow P = P_{\parallel} \frac{l}{h} = 1,5 \frac{20}{12} = 2,5 N$$

46 Una palla è tenuta in equilibrio su un piano inclinato lungo 60 cm e alto 15 cm da una forza di 0,825 N. Determinane il peso.

[3,3 N]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow P = P_{\parallel} \frac{l}{h} = 0,825 \frac{60}{15} = 3,4 N$$

- 47** Uno slittino con sopra un bambino ha un peso complessivo di 250 N e viene trattenuto in equilibrio dal padre che esercita una forza equilibrante di 100 N. Sapendo che la pista è lunga 30 m, qual è il dislivello fra il punto di partenza e quello d'arrivo?

SUGGERIMENTO Per trovare la formula inversa necessaria devi procedere come nell'esercizio 44, però il termine per il quale devi moltiplicare ambo i membri della formula è l ...

[12 m]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow h = P_{\parallel} \frac{l}{P} = 100 \frac{30}{250} = 12m$$

- 48** Un ciclista che ha un peso (compresa la bici) di 720 N, agendo sui pedali esercita una forza equilibrante di 90 N riuscendo a mantenersi in equilibrio lungo una salita di 200 m per aspettare dei compagni in ritardo. Determina il dislivello fra punto iniziale e finale della salita.

[25 m]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow h = P_{\parallel} \frac{l}{P} = 90 \frac{200}{720} = 25m$$

- 49** In un piano inclinato alto 40 cm una biglia di 0,20 N di peso si mantiene in equilibrio grazie a una forza di 0,05 N. Determina la lunghezza del piano.

[1,6 m]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow l = P \frac{h}{P_{\parallel}} = 0,2 \frac{0,40}{0,05} = 1,6m$$

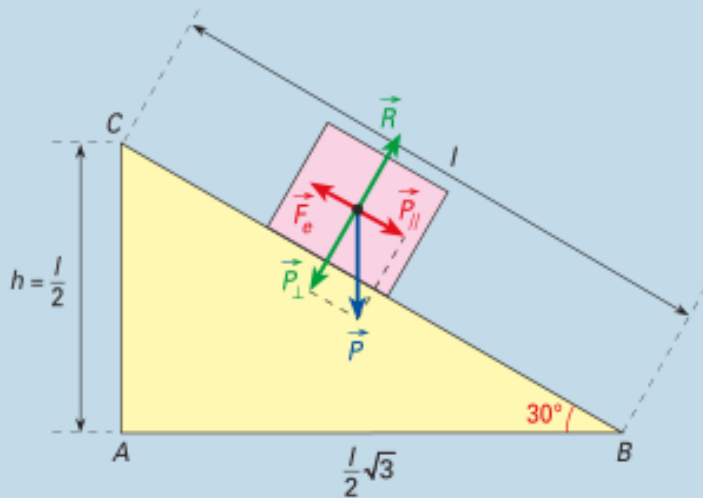
- 50** In un laboratorio di fisica, nella fase iniziale di un esperimento, un ragazzo esercita una forza di 0,12 N per trattenere una sferetta di 32 g posizionata all'inizio di una guidovia inclinata e di altezza 15 cm. Determina la lunghezza della guidovia.

SUGGERIMENTO Per determinare il peso della sferetta basta utilizzare $P = \dots$

[39,2 cm]

$$F_e = P_{\parallel} = P \frac{h}{l} \Rightarrow l = P \frac{h}{P_{\parallel}} = mg \frac{h}{P_{\parallel}} = 0,032(9,8) \frac{0,15}{0,12} = 0,392m = 39,2cm$$

- 51** Un corpo di peso 750 N è in equilibrio su un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzonte. Determina:
 a) la forza equilibrante;
 b) la reazione vincolare.



Per lo svolgimento dell'esercizio, completa il percorso guidato, inserendo gli elementi mancanti dove compaiono i puntini.

a)
 1 I dati sono: $P=750\text{N}$, $\alpha=30^\circ$, $h=l/2$, $b = \frac{l}{2}\sqrt{3}$

2 Dall'inclinazione di 30° possiamo ricavare che, se indichiamo con l la lunghezza del piano inclinato, l'altezza sarà $h = \frac{l}{2}$

3 Per determinare la forza equilibrante si trova:

$$P_{||} = P \cdot \frac{h}{l} = P \frac{l/2}{l} = \frac{P}{2} = 375\text{N}$$

(in alternativa se conosci le funzioni goniometriche si ha $P_{||} = P \sin \alpha = P \sin 30^\circ = 375\text{ N}$)

b) La reazione vincolare \vec{R} è uguale in modulo a \vec{P}_\perp , per cui possiamo ottenerla applicando il teorema di Pitagora al triangolo che ha come ipotenusa \vec{P} e come cateti \vec{P}_\perp e \vec{P}_\parallel ; si ha:

$$R = P_\perp = \sqrt{P^2 - P_{||}^2} = \sqrt{750^2 - 375^2} = 650\text{N}$$

(in alternativa se conosci le funzioni goniometriche $P_\perp = P \cos \alpha = P \cos 30^\circ = 650\text{ N}$)

[375 N; 650 N]

Per il teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2 + \frac{1}{4}l^2} = \sqrt{l^2} = l$$

52 Un carrello carico di merci con una massa totale di 28,0 kg è posizionato lungo un nastro trasportatore inclinato di 30° rispetto all'orizzonte.

- a) Quale forza occorre esercitare per tenerlo in equilibrio?
b) Qual è la reazione vincolare?

SUGGERIMENTO Vedi esercizio svolto 51.

[a) 137 N; b) 238 N]

$$F_e = P_{\parallel} = P \sin 30^\circ = mg \sin 30 = 28(9,8) \sin 30 = 137,2N$$

$$R = P_{\perp} = P \cos 30^\circ = mg \cos 30 = 28(9,8) \cos 30 = 237,6N$$

53 Uno scivolo è inclinato di 30° rispetto all'orizzonte e il padre di un bambino sta esercitando una forza di 110 N per tenerlo fermo. Qual è la massa del figlio? [22,4 kg]

$$F_e = P_{\parallel} = P \sin 30^\circ = mg \sin 30 \Rightarrow$$

$$m = \frac{P_{\parallel}}{g \sin 30} = \frac{110}{9,8 \sin 30} = 22,4Kg$$

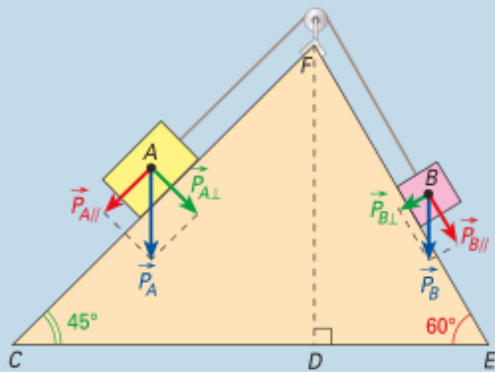
54 Un oggetto è appoggiato su un piano inclinato di 45° rispetto all'orizzonte. Sapendo che per tenerlo in equilibrio occorre applicare una forza di 270 N parallela al piano, determina la massa dell'oggetto. [38,9 kg]

$$F_e = P_{\parallel} = P \sin 30^\circ = mg \sin 30 \Rightarrow$$

$$m = \frac{P_{\parallel}}{g \sin 45} = \frac{270}{9,8 \sin 45} = 38,96Kg$$

Esercizio svolto

55 Una cassa A di 7,00 kg è tenuta in equilibrio dalla cassa B come schematizzato nella seguente figura.



Determina:

- la massa di B;
- la reazione vincolare esercitata dai piani inclinati rispettivamente su A e su B.

[a) 5,72 kg; b) 48,6 N; 28,1 N]

Dato che il sistema è in equilibrio:

$$P_{B\parallel} = P_{A\parallel} \Rightarrow$$

$$m_B g \sin 60 = m_A g \sin 45 \Rightarrow$$

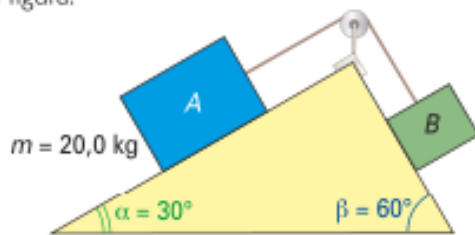
$$m_B = \frac{m_A g \sin 45}{g \sin 60} = \frac{m_A \sin 45}{\sin 60} = \frac{7 \sin 45}{\sin 60} = 5,72 \text{ kg}$$

Le reazioni vincolari sono:

$$R_A = m_A g \cos 45^\circ = 7(9,8) \cos 45 = 48,5 \text{ N}$$

$$R_B = m_B g \cos 60^\circ = 5,72(9,8) \cos 60 = 28 \text{ N}$$

56 Un oggetto A di $20,0$ kg appoggiato su un piano inclinato è tenuto in equilibrio da B che si trova su un altro piano inclinato adiacente al primo come schematizzato nella seguente figura.



Determina:

- la massa di B ;
- la reazione vincolare esercitata dai piani inclinati rispettivamente su A e su B .

SUGGERIMENTO Vedi esercizio svolto 55.

[a) $11,5$ kg; b) 170 N; $56,4$ N]

Dato che il sistema è in equilibrio:

$$P_{B\parallel} = P_{A\parallel} \Rightarrow$$

$$m_B g \sin 30 = m_A g \sin 60 \Rightarrow$$

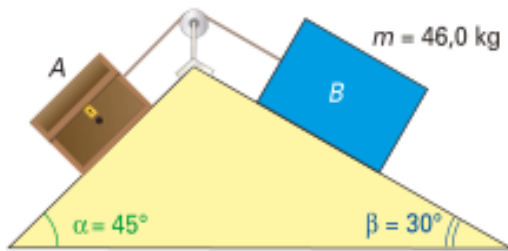
$$m_B = \frac{m_A g \sin 30}{g \sin 60} = \frac{m_A \sin 30}{\sin 60} = \frac{20 \sin 30}{\sin 60} = 11,5 \text{ kg}$$

Le reazioni vincolari sono:

$$R_A = m_A g \cos 30^\circ = 20(9,8) \cos 30 = 169,7 \text{ N}$$

$$R_B = m_B g \cos 60^\circ = 11,5(9,8) \cos 60 = 56,4 \text{ N}$$

57 Un baule A appoggiato a un piano inclinato è tenuto in equilibrio da B di 46,0 kg che si trova su un altro piano inclinato adiacente al primo come schematizzato in figura.



Determina:

a) la massa di A;

b) la reazione vincolare esercitata dal piano inclinato su A e su B.

[a) 32,5 kg; b) 225 N; 226 N]

Dato che il sistema è in equilibrio:

$$P_{B\parallel} = P_{A\parallel} \Rightarrow m_B g \sin 30 = m_A g \sin 45 \Rightarrow$$

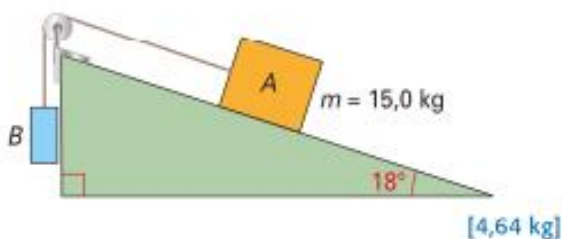
$$m_A = \frac{m_B g \sin 30}{g \sin 45} = \frac{m_B \sin 30}{\sin 45} = \frac{46 \sin 30}{\sin 45} = 32,5 \text{ kg}$$

Le reazioni vincolari sono:

$$R_A = m_A g \cos 30^\circ = 32,5(9,8) \cos 45 = 225,2 \text{ N}$$

$$R_B = m_B g \cos 30^\circ = 46(9,8) \cos 30 = 390 \text{ N}$$

58 Un oggetto A di massa 15,0 kg appoggiato su un piano inclinato di 18° rispetto all'orizzonte è tenuto in equilibrio da un corpo B a esso collegato tramite un filo inestensibile come rappresentato in figura. Determina la massa di B. (N.B. per risolvere l'esercizio è indispensabile la conoscenza delle funzioni goniometriche.)



Dato che il sistema è in equilibrio: $P_{B\parallel} = P_{A\parallel} \Rightarrow m_B g = m_A g \sin 18 \Rightarrow$

$$m_B = \frac{m_A g \sin 18}{g} = m_A \sin 18 = 4,64 \text{ kg}$$

59 Una scatola di peso 28 N si trova su un piano inclinato ed è tenuta in equilibrio da una parallela al piano di 18 N. Determina l'inclinazione del piano rispetto all'orizzonte. (N.B. per risolvere l'esercizio è indispensabile la conoscenza delle funzioni goniometriche.)

[40°]

$$F_e = P_{\parallel} = P \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{P_{\parallel}}{P} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{P_{\parallel}}{P} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{18}{28} \right) = 40^\circ$$