

Problema 1: (2 punti)

Un oggetto che si muove con velocità iniziale di 55 m/s decelera uniformemente con accelerazione negativa di 10 m/s². Dopo quanto tempo si ferma? Quale distanza ha percorso? Da 4 a 5 secondi quanta distanza percorre?
 [a) T=5,5s b) 151,25m c) 10m]

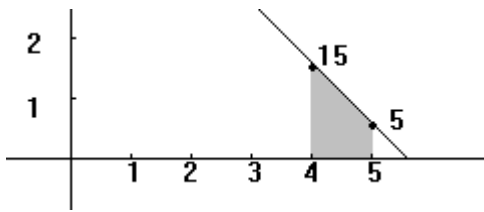
$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad v = at + v_0 \quad v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$s = -5t^2 + 55t \quad v = -10t + 55 \quad v^2 - 3025 = -20s$$

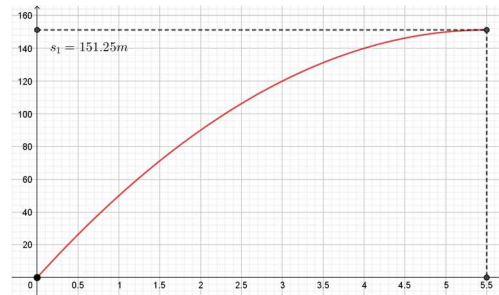
a) Quando si ferma v=0, utilizzando seconda formula ho che $0 = -10t + 55$ da cui $t = \frac{55}{10} = 5,5s$

b) Siccome il corpo va in una sola direzione la posizione coincide con lo spazio percorso allora utilizzando la terza formula ho che per v=0 $0 - 3025 = -20s$ da cui $s = \frac{3025}{20} = 151,25m$

c) Per calcolare la distanza tra 4 e 5 metri potrei utilizzare il grafico delle velocità, con l'area sottesa. (Trapezio) tra 4 e 5 secondi.



$$s = \frac{15+5}{2} \cdot 1 = 10m$$



Oppure calcolo la posizione a 5 e 4 secondi e faccio la differenza
 $s_2 - s_1 = (-125 + 275) - (-80 + 220) = 150 - 140 = 10m$

Problema 2: (3 punti)

Un autista, mentre viaggia con la sua automobile alla velocità di 108 Km/h, si accorge della presenza di un cane alla distanza di 160 m. Se i riflessi nervosi consentono all'autista di iniziare la frenata con un ritardo di 0,2 s, calcolare lo spazio percorso, sapendo che l'automobile si ferma dopo 10 secondi dall'inizio della frenata, nell'ipotesi che il moto durante la frenata sia stato uniformemente ritardato. Farà in tempo l'autista a evitare di investire il cane? [sì, 4m]

$$v = 108km/h = 30m/s$$

Primo tratto $s_1 = vt = 30 \cdot 0,2 = 6m$

Secondo tratto

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = at^2 + 30t \\ v = at + 30 \end{cases}$$



calcolo l'accelerazione dato che si ferma in 10 secondi, e in tale istante v=0 dalla seconda ho $0 = a10 + 30$ da cui $a = -3m/s^2$

dalla $v^2 - v_0^2 = 2as$ $s_2 = \frac{0 - 900}{2(-3)} = 150m$

Allora lo spazio percorso è dato $s = s_1 + s_2 = 6 + 150 = 156m < 160m$

L'autista si ferma prima di investire il cane.

Problema 3 (3 Punti)

Un operaio su un balcone, ad una altezza di 5 m, lancia una palla in verticale verso l'alto. Quando lascia la mano, la palla ha velocità 11,2 m/s.

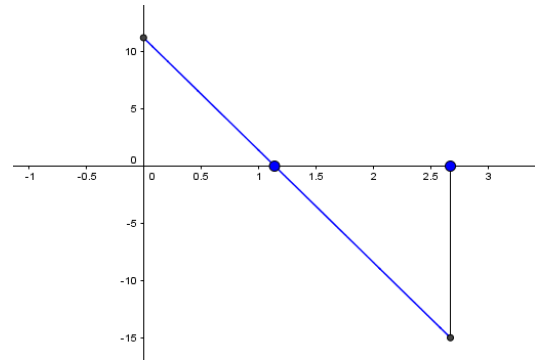
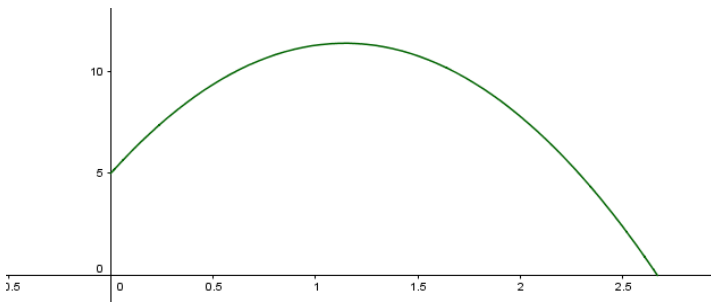
- Qual è la massima altezza raggiunta dalla palla?
- dopo quanto tempo la palla tocca il suolo.
- calcolare lo spazio percorso dalla palla.

[(a) $h=11,4\text{ m}$ b) $t=2,67\text{ s}$ c) $s=17,8\text{ m}$]

Soluzione:

Scrivo la legge oraria e la legge delle velocità. Considero gli assi verso l'alto quindi l'accelerazione di gravità è negativa, e considero l'origine a terra. Da cui

$$\begin{cases} s = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0 \\ v = -gt + v_0 \\ v^2 - v_0^2 = -2g(s - s_0) \end{cases} \quad \text{Sostituendo i dati iniziali ho che} \quad \begin{cases} s = -4,9t^2 + 11,2t + 5 \\ v = -9,8t + 11,2 \\ v^2 - 125,44 = -19,6(s - 5) \end{cases}$$



Risposta a) la massima altezza la palla la raggiunge quando per $v=0$
Dalla legge delle velocità:

$$0 = -9,8t + 11,2 \Rightarrow t = \frac{11,2}{9,8} = 1,143$$

da cui dalla legge oraria relazione:

$$h_{\max} = -4,9(1,143)^2 + 11,2 \cdot 1,143 + 5 = 11,4\text{ m}$$

oppure

ponendo $v=0$ alla terza relazione ho che

$$v^2 - 125,44 = -19,6(s - 5) \Rightarrow 125,44 = 19,6(s - 5)$$

$$\text{da cui } s_{\max} = \frac{125,44 + 98}{19,6} = 11,4\text{ m}$$

b) la palla tocca il suolo nella posizione $s=0$: sostituendo alla legge oraria:

$$0 = -4,9t^2 + 11,2t + 5 \Rightarrow 4,9t^2 - 11,2t - 5 = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{11,2 \pm 14,95}{9,8} = 2,67\text{ s}$$

b) Lo spazio totale percorso è dato dallo spazio percorso fino ad altezza massima+lo spazio per tornare alla posizione di lancio + l'altezza del balcone

$$s.p. = (11,4-5)+11,4=17,8m$$

oppure

rappresentando la legge della velocità calcolo l'area sottesa.

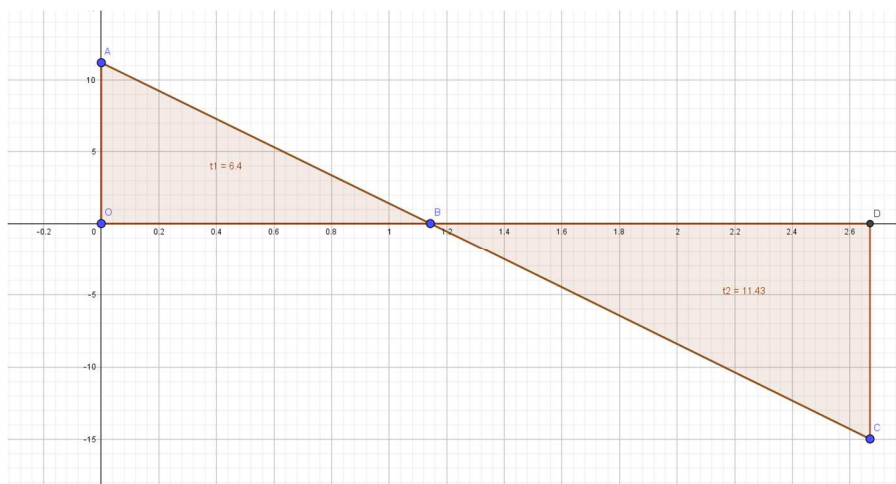
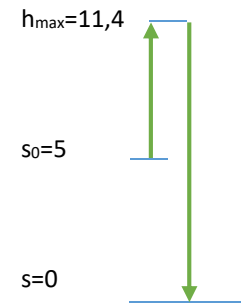
Dove per $t=0$ $v=11,2$,

per $t=1,43$ $v=0$

e per $t=2,67$ ho che $v=-9,8(2,67)+11,2=-14,97$

Quindi lo spazio percorso è dato dall'area dei due triangoli:

$$SP = \frac{11,2 \cdot 1,14}{2} + \frac{14,97 \cdot (2,67 - 1,14)}{2} = 6,4 + 11,4 = 17,8m$$



d) Dato che la palla tocca il suolo dopo $t=2,67s$: sostituendo alla legge delle velocità:

$$\begin{cases} t = 2,67s \\ v = -9,8(2,67) + 11,2 = -15m/s \end{cases}$$

oppure

sostituendo alla legge che lega la velocità allo spazio:

$$\begin{cases} s = 0 \\ v^2 - 125,44 = -19,6(s - 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 0 \\ v = \sqrt{-19,6(0 - 5) + 125,44} = 15m/s \end{cases}$$

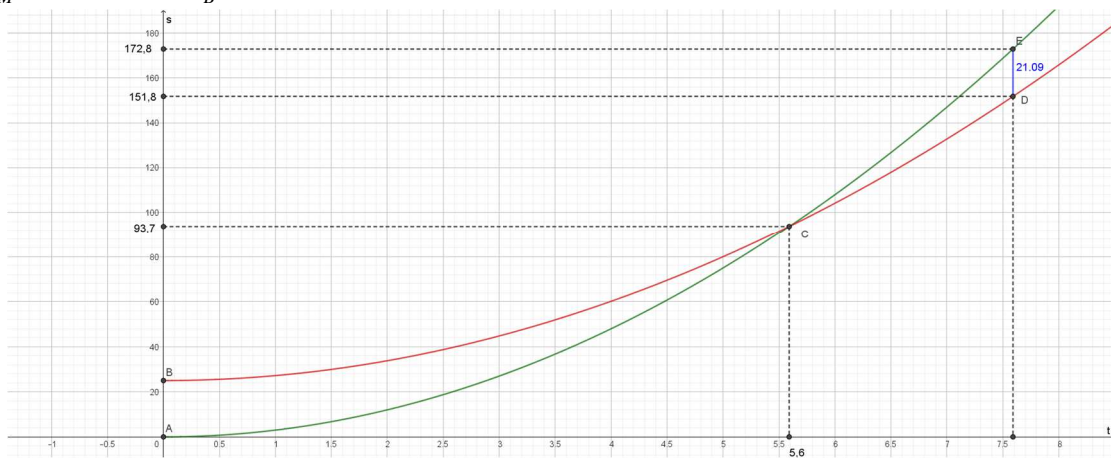
Problema 4

Un'auto e una motocicletta partono contemporaneamente da ferme su una pista, ma la motocicletta parte 25 m dietro l'auto. L'auto accelera uniformemente di $4,40 \text{ m/s}^2$ e la moto di 6 m/s^2 . a) Quanto tempo passa prima che la motocicletta raggiunga l'auto? b) Che spazio ha percorso ciascuno dei due veicoli durante questo intervallo di tempo? c) Di quanto l'auto è indietro rispetto alla motocicletta 2 s dopo? [a] $t=5,59\text{s}$ b) $s_a=93,74\text{m}$, $s_b=68,74$

Soluzione: Pongo l'origine nella posizione della moto, e verso positivo il verso di percorrenza. Per trovare il tempo metto a sistema ponendo che i due si trovano alla stessa posizione

$$1) \begin{cases} s_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + s_0 \\ s_M = \frac{1}{2} a_M t^2 \end{cases} \begin{cases} s_A = 2,2t^2 + 25 \\ s_M = 3t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2,2t^2 + 25 = 3t^2 & t^2 = \frac{25}{0,8} & t^2 = \frac{25}{0,8} & t = 5,59\text{s} \end{cases}$$

$$s_A = s_M = 93,74\text{m} \quad s_B = 93,74\text{m} - 25\text{m} = 68,74\text{m}$$



Due secondi dopo: $t = 5,59 + 2 = 7,59\text{s} \Rightarrow s_M - s_A = 3(7,59)^2 - (2,2(7,59)^2 + 25) = 21,1\text{m}$

Problema 5 (3 punti)

Un sasso viene lasciato cadere da un ponte alto 50 m. Un altro sasso viene lanciato dallo stesso ponte, verso il basso, un secondo dopo. Stabilire quale deve essere la sua velocità iniziale del secondo sasso affinché tocchi l'acqua contemporaneamente al primo. [$v_0=11.9\text{m/s}$, $t=3,2\text{s}$]

$$\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} g t^2 \\ s_2 = \frac{1}{2} g (t-1)^2 + v_0 (t-1) \end{cases} \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = \sqrt{\frac{100}{9,8}} = 3,2\text{s} \\ 50 = 4,9(3,2-1)^2 + v_0(3,2-1) \end{cases} \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = \sqrt{\frac{100}{9,8}} = 3,2\text{s} \\ v_0 = \frac{26,284}{2,2} = 11,9\text{m/s} \end{cases}$$

