

**Problema 1: (2 punti)**

Un oggetto che si muove con velocità iniziale di 55 m/s decelera uniformemente con accelerazione negativa di 10 m/s<sup>2</sup>. Dopo quanto tempo si ferma? Quale distanza ha percorso? Da 4 a 5 secondi quanta distanza percorre?

[ a) T=5,5s b) 151,25m c) 10m ]

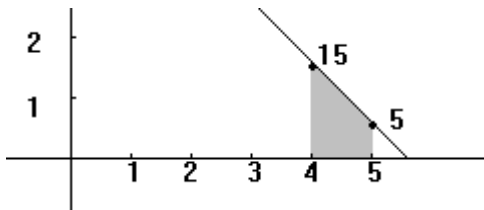
$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad v = at + v_0 \quad v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$s = -5t^2 + 55t \quad v = -10t + 55 \quad v^2 - 3025 = -20s$$

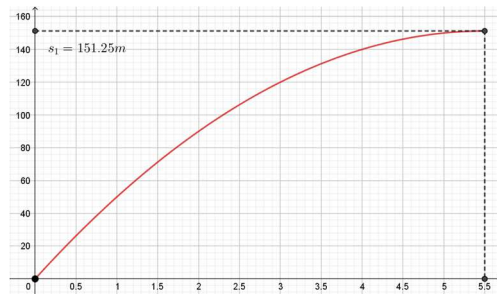
a) Quando si ferma v=0, utilizzando seconda formula ho che  $0 = -10t + 55$  da cui  $t = \frac{55}{10} = 5,5s$

b) Siccome il corpo va in una sola direzione la posizione coincide con lo spazio percorso allora utilizzando la terza formula ho che per v=0  $0 - 3025 = -20s$  da cui  $s = \frac{3025}{20} = 151,25m$

c) Per calcolare la distanza tra 4 e 5 metri potrei utilizzare il grafico delle velocità, con l'area sottesa. (Trapezio) tra 4 e 5 secondi.



$$s = \frac{15+5}{2} \cdot 1 = 10m$$



Oppure calcolo la posizione a 5 e 4 secondi e faccio la differenza

$$s_2 - s_1 = (-125 + 275) - (-80 + 220) = 150 - 140 = 10m$$

**Problema 2: (3 punti)**

Un autista, mentre viaggia con la sua automobile alla velocità di 108 Km/h, si accorge della presenza di un cane alla distanza di 160 m. Se i riflessi nervosi consentono all'autista di iniziare la frenata con un ritardo di 0,2 s, calcolare lo spazio percorso, sapendo che l'automobile si ferma dopo 10 secondi dall'inizio della frenata, nell'ipotesi che il moto durante la frenata sia stato uniformemente ritardato. Farà in tempo l'autista a evitare di investire il cane? [Si, 4m]

$$v = 108km/h = 30m/s$$

Primo tratto  $s_1 = vt = 20 \cdot 0,2 = 6m$

Secondo tratto

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = at^2 + 30t \\ v = at + 30 \end{cases}$$



calcolo l'accelerazione dato che si ferma in 10 secondi, e in tale istante v=0 dalla seconda ho  $0 = a \cdot 10 + 30$  da cui  $a = -3m/s^2$

$$\text{dalla } v^2 - v_0^2 = 2as \quad s_2 = \frac{0 - 900}{2(-3)} = 150m$$

Allora lo spazio percorso è dato  $s = s_1 + s_2 = 6 + 150 = 156m < 160m$

L'autista si ferma prima di investire il cane.

**Problema 3 (4 punti)**

Una persona lancia da una finestra del quarto piano di uno stabile una palla verso l'altro con una velocità pari 16 m/s. Sapendo che la finestra dista dal suolo 20 m, calcolare:

- a) l'altezza massima raggiunta dalla palla; (33,06m)
- b) la velocità della palla quando raggiunge il suolo; (-25,46 m/s)
- c) il tempo totale impiegato dalla palla per arrivare al suolo (t=4,23s)
- d) lo spazio percorso durante tutto il tragitto. (s=46,13m)

[ a) h= 33,1m , b) v=-24,5m/s , c) t=4,3 s, s=46m]

$v_0 = 16 \text{ m/s}$      $s_0 = 20 \text{ m}$     Da cui

$$\begin{cases} s = -4,9t^2 + 16t + 20 \\ v = -9,8t + 16 \end{cases}$$

Invece da  $v^2 - v_0^2 = 2a \cdot (s - s_0)$  segue che  $v^2 - 256 = -19,6(s - 20)$

- a) l'altezza massima la raggiungo quando  $v=0$  e quindi quando  $-256 = -19,6(s - 20)$   
 $-256 = -19,6(s - 20)$

$$s = \frac{-256}{-19,6} + 20 = 33,06 \text{ m}$$

In alternativa potevo calcolare il tempo per cui  $v=0$  e poi sostituire alla legge oraria.

$$\begin{cases} s = -4,9t^2 + 16t + 20 \\ t = \frac{16}{9,8} = 1,63 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} s = -4,9 \cdot 2,67 + 16 \cdot 1,63 + 20 = 33,06 \text{ m} \\ t = \frac{16}{9,8} = 1,63 \end{cases}$$

- b) quando la palla raggiunge il suolo  $s=0$  e quindi da  $v^2 - 256 = -19,6(s - 20)$

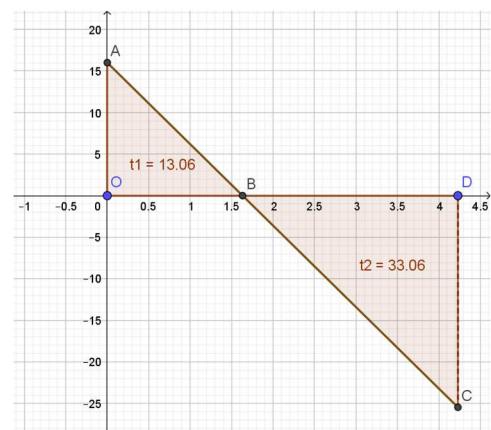
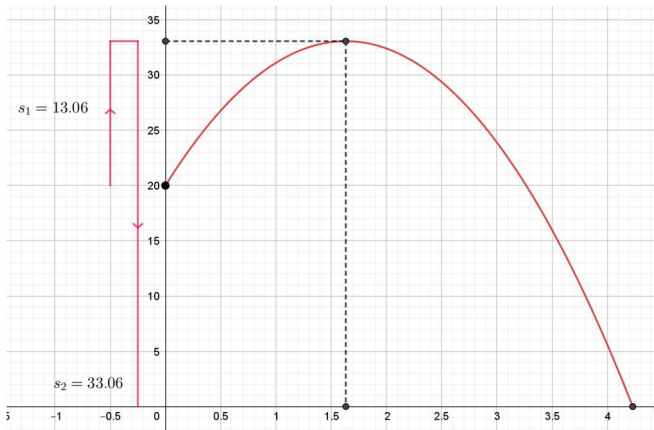
ho che  $v^2 - 256 = -19,6(-20)$  da cui  $v = -\sqrt{-19,6(-20) + 256} = -\sqrt{648} = -25,46 \text{ m/s}$  il segno è negativo perché il verso del moto è contrario al verso positivo dell'asse y.

- c) per calcolare il tempo impiegato utilizzo  $v = -9,8t + 16$  dato che conosco la velocità.

Da  $-25,45 = -9,8t + 16$  ho che  $t = \frac{-24,45 - 16}{-9,8} = 4,23$

- d) Lo spazio percorso:  $sp = |s_{\max} - s_0| + s_{\max} = (33,06 - 20) + 33,06 = 46,12 \text{ m}$

$$\begin{cases} s = -4,9t^2 + 16t + 20 \\ s = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -4,9t^2 + 16t + 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4,9t^2 - 16t - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{8 \pm 12,73}{4,9} = 4,23$$



**Problema 4 (3 punti)**

Un oggetto che è stato lasciato cadere impiega 0,21 s a passare davanti a una finestra alta 1,35 m. Da che altezza, rispetto al lato superiore della finestra, l'oggetto è stato lasciato cadere? [h=1,5m]

Soluzione:

Risolviamo il problema in due modi.

I modo) Scelgo gli assi cartesiani con origine il punto di caduta e assi positivi verso il basso  
Allora la legge oraria è

$$\begin{cases} s = 4,9t^2 \\ v = 9,8t \\ v^2 = 19,6s \end{cases}$$

se indico con  $s_1$  il bordo superiore e  $s_2$  il bordo inferiore della finestra,  $t_1$  e  $t_2$  il tempo per

raggiungere tali bordi ho che  $\begin{cases} s_2 - s_1 = 1,35m \\ t_2 - t_1 = 0,21s \end{cases}$  da cui  $\begin{cases} s_2 = 4,9t_2^2 = 4,9(t_1 + 0,21)^2 \\ s_1 = 4,9t_1^2 \end{cases}$

$$s_2 - s_1 = 4,9(t_1^2 + 0,42t_1 + 0,0441) - 4,9t_1^2 = 2,06t_1 + 0,22 = 1,35 \quad \text{da cui} \quad t_1 = \frac{1,35 - 0,22}{2,06} = 0,54$$

$$\text{Da cui} \quad s_1 = 4,9(0,54)^2 = 1,5m$$

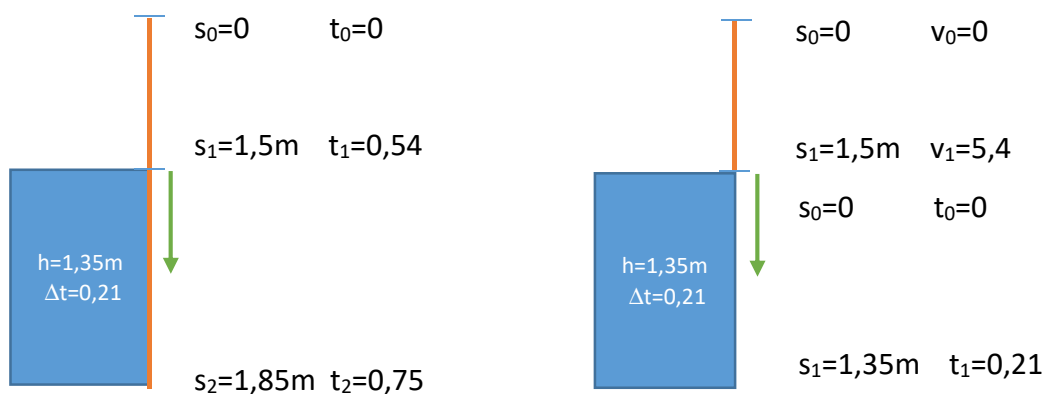
II modo) Scelgo gli assi cartesiani con origine l'estremo superiore e asse positivi verso il basso.  
Però in questo caso arriva al bordo con una velocità iniziale diversa da 0.  
Allora la legge oraria è

$$\begin{cases} s = 4,9t^2 + v_0t \\ v = 9,8t + v_0 \\ v^2 - v_0^2 = 19,6s \end{cases}$$

Sostituendo alla prima relazione ho che  $1,35 = 4,9(0,21)^2 + v_0 \cdot 0,21 \Rightarrow$

$$v_0 = \frac{1,35 - 4,9(0,21)^2}{0,21} = 5,4m/s$$

un oggetto libero di cadere raggiunge tale velocità quando:  $v^2 = 19,6s$  e quindi  $s = \frac{5,4^2}{19,6} = 1,5m$



**Problema 5 (3 punti)**

Un sasso viene lasciato cadere da un ponte alto 50 m . Un altro sasso viene lanciato dallo stesso ponte, verso il basso, un secondo dopo. Stabilire quale deve essere la sua velocità iniziale del secondo sasso affinché tocchi l'acqua contemporaneamente al primo. [ $v_0=11.9\text{m/s}$ ,  $t=3,2\text{s}$ ]

$$\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} g t^2 \\ s_2 = \frac{1}{2} g (t-1)^2 + v_0 (t-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = \sqrt{\frac{100}{9,8}} = 3,2\text{s} \\ 50 = 4,9(3,2-1)^2 + v_0(3,2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = \sqrt{\frac{100}{9,8}} = 3,2\text{s} \\ v_0 = \frac{26,284}{2,2} = 11,9\text{m/s} \end{cases}$$

