

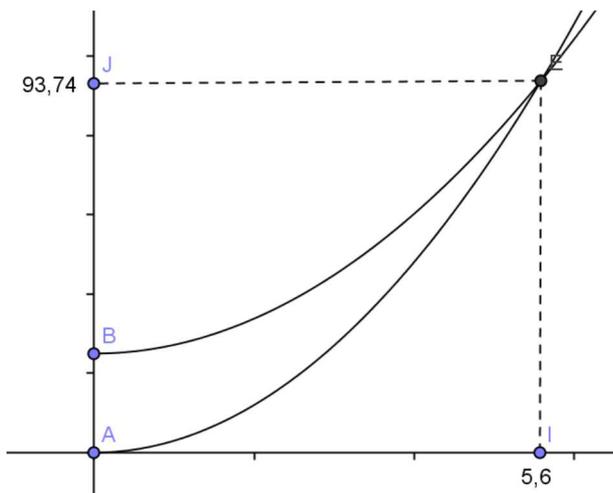
Problema 1(3 Punti)

Un'auto e una motocicletta partono contemporaneamente da ferme su una pista, ma la motocicletta parte 25 m dietro l'auto. L'auto accelera uniformemente di $4,40 \text{ m/s}^2$ e la moto di 6 m/s^2 . a) Quanto tempo passa prima che la motocicletta raggiunga l'auto? b) Che spazio ha percorso ciascuno dei due veicoli durante questo intervallo di tempo? [a) $t = 5,59 \text{ s}$ b) $s_A = 93,74 \text{ m}$, $s_B = 68,74 \text{ m}$]

Soluzione: Pongo l'origine nella posizione della moto, e verso positivo il verso di percorrenza
Per trovare il tempo metto a sistema ponendo che i due si trovano alla stessa posizione

$$1) \begin{cases} s_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + s_0 \\ s_M = \frac{1}{2} a_M t^2 \end{cases} \begin{cases} s_A = 2,2t^2 + 25 \\ s_M = 3t^2 \end{cases} \quad 2,2t^2 + 25 = 3t^2 \quad t^2 = \frac{25}{0,8} \quad t = \frac{5}{\sqrt{0,8}} = 5,59 \text{ s}$$

$$s_A = s_M = 93,74 \text{ m} \quad s_B = 93,74 \text{ m} - 25 \text{ m} = 68,74 \text{ m}$$



Problema 2: (3 punti)

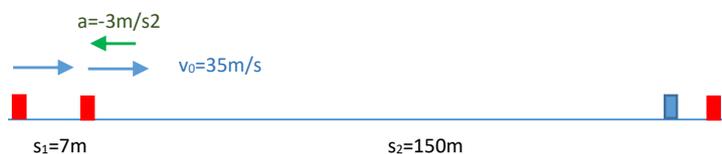
Un autista, mentre viaggia con la sua automobile alla velocità di 126 km/h , si accorge della presenza di un cane alla distanza di 180 m . Se i riflessi nervosi consentono all'autista di iniziare la frenata con un ritardo di $0,2 \text{ s}$, calcolare lo spazio percorso, sapendo che l'automobile si ferma dopo 10 s dall'inizio della frenata, nell'ipotesi che il moto durante la frenata sia stato uniformemente ritardato. Farà in tempo l'autista a evitare di investire il cane? [No. (2 m)]

$$v = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$$

Primo tratto: $s_1 = vt = 35 \cdot 0,2 = 7 \text{ m}$

Secondo tratto

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = at^2 + 30t \\ v = at + 30 \end{cases}$$



calcolo l'accelerazione dato che si ferma in 10 s , e in tale istante $v = 0$ dalla seconda ho $0 = a \cdot 10 + 35$ da cui $a = -3,5 \text{ m/s}^2$

$$\text{dalla } v^2 - v_0^2 = 2as \quad s_2 = \frac{0 - 1225}{2(-3,5)} = 175 \text{ m}$$

Allora lo spazio percorso è dato $s = s_1 + s_2 = 7 + 175 = 182 \text{ m} > 180 \text{ m}$

L'autista investe il cane, perché si ferma dopo 182 m .

Problema 3 (4 punti)

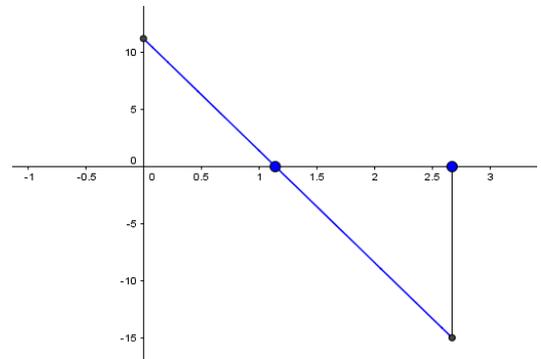
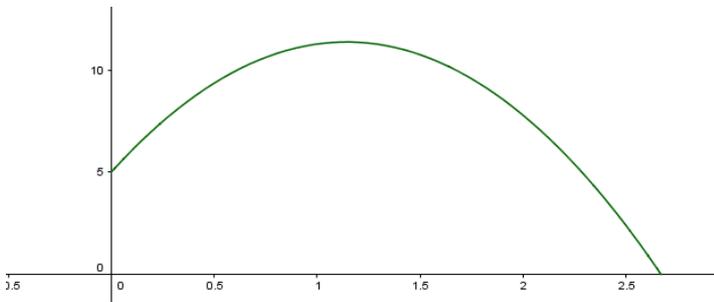
Un operaio su un balcone, ad una altezza di 5 m, lancia una palla in verticale verso l'alto. Quando lascia la mano, la palla ha velocità 11,2 m/s. a) Qual è la massima altezza raggiunta dalla palla? b) dopo quanto tempo la palla tocca il suolo. c) calcolare lo spazio percorso dalla palla. d) la velocità della palla quando tocca il suolo.

[a) $h=11,4\text{ m}$ b) $t=2,67\text{ s}$ c) $s=17,8\text{ m}$ d) -15 m/s]

Soluzione:

Scrivo la legge oraria e la legge delle velocità. Considero gli assi verso l'alto quindi l'accelerazione di gravità è negativa, e considero l'origine a terra. Da cui

$$\begin{cases} s = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0 \\ v = -gt + v_0 \\ v^2 - v_0^2 = -2g(s - s_0) \end{cases} \quad \text{Sostituendo i dati iniziali ho che} \quad \begin{cases} s = -4,9t^2 + 11,2t + 5 \\ v = -9,8t + 11,2 \\ v^2 - 125,44 = -19,6(s - 5) \end{cases}$$



Risposta a) la massima altezza la palla la raggiunge quando per $v=0$
Dalla legge delle velocità:

$$0 = -9,8t + 11,2 \Rightarrow t = \frac{11,2}{9,8} = 1,143$$

da cui dalla legge oraria relazione:

$$h_{\max} = -4,9(1,143)^2 + 11,2 \cdot 1,143 + 5 = 11,4\text{ m}$$

oppure

ponendo $v=0$ alla terza relazione ho che

$$v^2 - 125,44 = -19,6(s - 5) \Rightarrow 125,44 = 19,6(s - 5)$$

$$\text{da cui } s_{\max} = \frac{125,44 + 98}{19,6} = 11,4\text{ m}$$

b) la palla tocca il suolo nella posizione $s=0$: sostituendo alla legge oraria:

$$0 = -4,9t^2 + 11,2t + 5 \Rightarrow 4,9t^2 - 11,2t - 5 = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{11,2 \pm 14,95}{9,8} = 2,67\text{ s}$$

b) Lo spazio totale percorso è dato dallo spazio percorso fino ad altezza massima+lo spazio per tornare alla posizione di lancio + l'altezza del balcone

$$s.p. = (11,4-5)+11,4=17,8m$$

oppure

rappresentando la legge della velocità calcolo l'area sottesa.

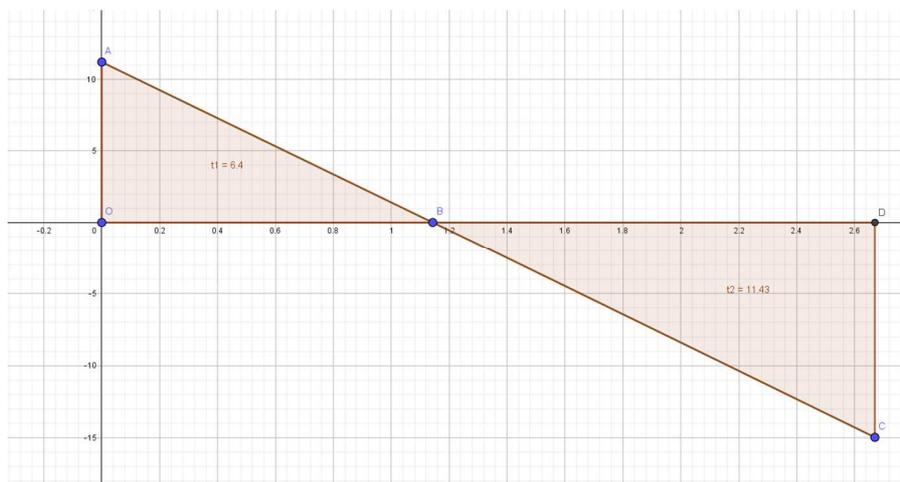
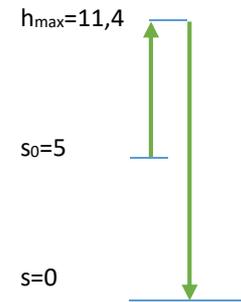
Dove per $t=0$ $v=11,2$,

per $t=1,43$ $v=0$

e per $t=2,67$ ho che $v=-9,8(2,67)+11,2=-14,97$

Quindi lo spazio percorso è dato dall'area dei due triangoli:

$$SP = \frac{11,2 \cdot 1,14}{2} + \frac{14,97 \cdot (2,67 - 1,14)}{2} = 6,4 + 11,4 = 17,8m$$



d) Dato che la palla tocca il suolo dopo $t=2,67s$: sostituendo alla legge delle velocità:

$$\begin{cases} t = 2,67s \\ v = -9,8(2,67) + 11,2 = -15m/s \end{cases}$$

oppure

sostituendo alla legge che lega la velocità allo spazio:

$$\begin{cases} s = 0 \\ v^2 - 125,44 = -19,6(s - 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 0 \\ v = \sqrt{-19,6(0 - 5) + 125,44} = 15m/s \end{cases}$$

Problema 4 (3 punti)

Un uomo seduto accanto a una finestra alta 1,8 m vede passare una pallina diretta verso l'alto. L'uomo misura il tempo, uguale a 0,4 secondi, che la pallina impiega ad attraversare la luce della finestra. Quale altezza massima raggiunge la pallina relativamente alla base della finestra, prima di ricadere? [$s=2,13m$]

Scelgo gli assi cartesiani con origine l'estremo superiore e asse positivi verso il basso. Però in questo caso arriva al bordo con una velocità iniziale diversa da 0.

Allora la legge oraria è

$$\begin{cases} s = -4,9t^2 + v_0 t \\ v = -9,8t + v_0 \\ v^2 - v_0^2 = -19,6s \end{cases}$$

Sostituendo alla prima relazione ho che $1,8 = -4,9(0,4)^2 + v_0 0,4 \Rightarrow$

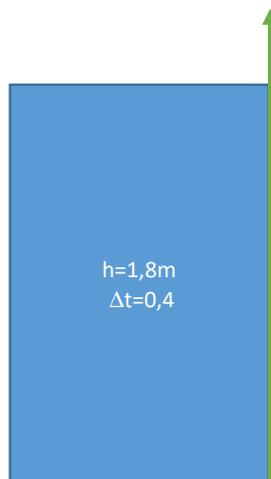
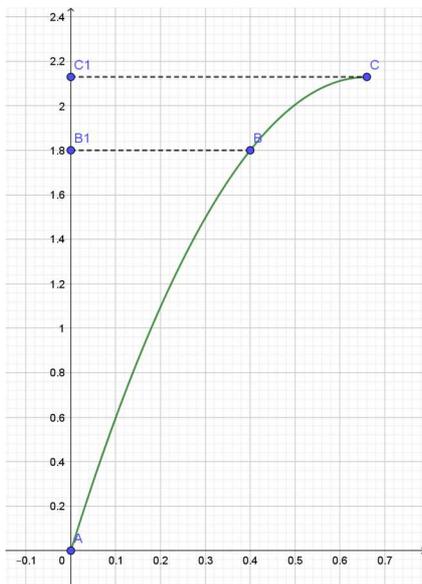
$$v_0 = \frac{1,8 + 4,9(0,4)^2}{0,4} = 6,46m/s$$

Osserviamo che $v_1 = -9,8(0,4) + 6,46 = 2,54m/s$

Quindi le leggi :
$$\begin{cases} s = -4,9t^2 + 6,46t \\ v = -9,8t + 6,46 \\ v^2 - 41,73 = -19,6s \end{cases}$$

Il corpo raggiunge l'altezza massima quando $v=0$ da cui $s_2 = \frac{0^2 - 41,73}{-19,6} = 2,13m$

Oppure ricavando il tempo in cui si ferma:
$$\begin{cases} s_2 = -4,9(0,66)^2 + 6,46(0,66) = 2,13m \\ t_2 = \frac{6,46}{9,8} = 0,66s \end{cases}$$



$$s_2 = 2,13 \quad t_2 = 0,66s \quad v_2 = 0$$

$$s_1 = 1,8m \quad t_1 = 0,4s \quad v_1 = 2,54m/s$$

$$s_0 = 0 \quad t_0 = 0 \quad v_0 = 6,76m/s$$

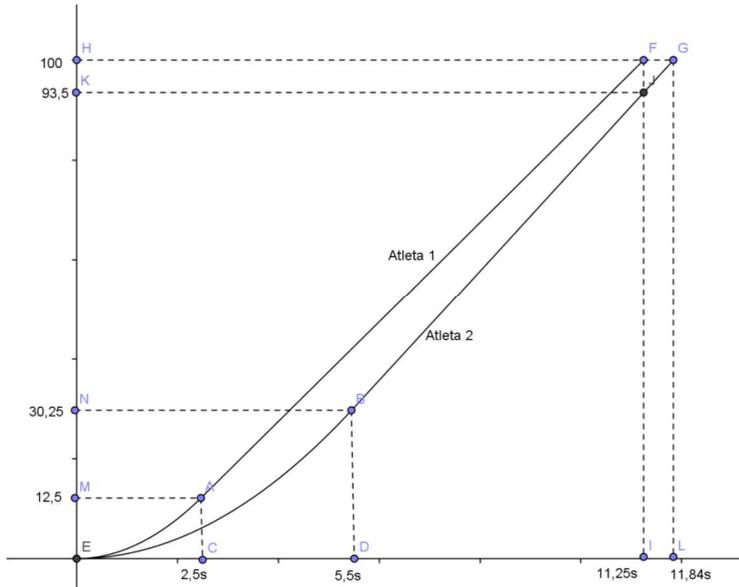
Problema 5 (3 punti)

Due atleti corrono i 100 m piani. Il primo parte con accelerazione di 4 m/s^2 e accelera per $2,5 \text{ s}$, dopodiché si muove di moto rettilineo uniforme fino al traguardo. Il secondo parte con accelerazione di 2 m/s^2 , accelera per $5,5 \text{ s}$ e quindi si muove di moto rettilineo uniforme. Quale dei due atleti giunge prima al traguardo? Qual è il distacco tra il primo e il secondo quando il vincitore taglia il traguardo? Con quale ritardo taglia il traguardo il secondo?

[a) vince il primo atleta

b) $d=6,5\text{m}$

c) $t=0,6\text{s}$]



Primo atleta.

$$\text{Primo tratto} \begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} at_1^2 \\ v = at_1 \end{cases} \begin{cases} s_1 = 2t_1^2 \\ v = 4t_1 \end{cases} \begin{cases} s_1 = 2(2,5)^2 = 12,5\text{m} \\ v = 4 \cdot 2,5 = 10\text{m/s} \end{cases}$$

$$\text{secondo tratto} \quad s_2 = 10(t_2 - 2,5) + 12,5$$

$$\text{sostituendo} \quad s_2 = 100 \Rightarrow 100 = 10(t_2 - 2,5) + 12,5 \Rightarrow 87,5 = 10t_2 - 25 \Rightarrow 112,5 = 10t_2 \Rightarrow t_2 = 11,25$$

Secondo atleta.

$$\text{Primo tratto} \begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} at_1^2 \\ v = at_1 \end{cases} \begin{cases} s_1 = 1t_1^2 \\ v = 2t_1 \end{cases} \begin{cases} s_1 = 1(5,5)^2 = 30,25\text{m} \\ v = 2 \cdot 5,5 = 11\text{m/s} \end{cases}$$

$$\text{secondo tratto} \quad s_2 = 11(t_2 - 5,5) + 30,25 \Rightarrow 100 = 11t_2 - 60,5 + 30,25 \Rightarrow 130,25 = 11t_2$$

$$\text{tempo finale} \quad t_2 = 11,84\text{s}$$

- a) Vince il primo atleta $t(\text{primo atleta}) < t(\text{secondo atleta})$.
- b) Quando il primo atleta $t=11,25$ vince il secondo si trova nella posizione $s_2 = 11(11,25 - 5,5) + 30,25 = 93,5\text{m}$
Quindi il distacco è $\Delta s = 100 - 93,5 = 6,5\text{m}$
- c) Il ritardo è di $\Delta t = 11,84 - 11,25 = 0,59\text{s}$

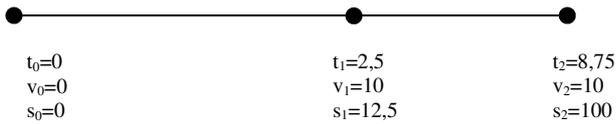
Secondo modo

Primo atleta.

$$\text{Primo tratto} \begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \\ v = a t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 2 t_1^2 \\ v = 4 t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 2(2,5)^2 = 12,5m \\ v = 4 \cdot 2,5 = 10m/s \end{cases}$$

$$\text{secondo tratto } s_2 = 10 t_2 \quad 100 - 12,5 = 10 t_2 \quad t_2 = 8,75$$

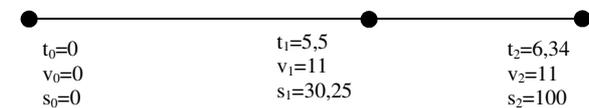
$$\text{tempo finale } t = t_1 + t_2 = 11,25s$$



Secondo atleta.

$$\text{Primo tratto} \begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \\ v = a t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 1 t_1^2 \\ v = 2 t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 1(5,5)^2 = 30,25m \\ v = 2 \cdot 5,5 = 11m/s \end{cases}$$

$$\text{secondo tratto: } s_2 = 11 t_2 \Rightarrow 100 - 30,25 = 11 t_2 \Rightarrow t_2 = 6,34$$



$$\text{tempo finale } t = t_1 + t_2 = 11,84s$$

- a) Vince il primo atleta. Con un tempo $t = 11,25s$ inferiore al secondo atleta $t = 11,84s$
- b) Il ritardo tra i due atleti è di $\Delta t = 11,84 - 11,25 = 0,59s$

Infatti

- c) Quando il primo atleta vince in $t=11,25$. Il secondo percorre prima $5,5s$ di moto uniformemente accelerato e poi $t_2=11,25-5,5=5,75$ di moto rettilineo quindi $s_2 = 11 \cdot 5,75 = 63,25$

E allora in tutto in $11,25$ il secondo atleta ha percorso $s = s_1 + s_2 = 30,25 + 63,25 = 93,5m$

E quindi la distanza tra i due atleti al momento in cui il primo taglia il traguardo è

$$\Delta s = 100 - 93,5 = 6,5m$$