

9.6 La legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato ($v_0 \neq 0$)

Con il simbolo ■ sono contrassegnati gli esercizi in cui è necessaria la risoluzione di equazioni complete di secondo grado.

74 Un'auto, che si sta muovendo alla velocità di 59,4 km/h, accelera per 10 s con accelerazione costante $a = 1,3 \text{ m/s}^2$. Quanto spazio percorre in fase di accelerazione?

Per lo svolgimento dell'esercizio, completa il percorso guidato, inserendo gli elementi mancanti dove compaiono i puntini.

- 1 I dati sono: $a=1,3 \text{ m/s}^2$, $v_0=59,4\text{km/h}=16,5\text{m/s}$, $t=10\text{s}$.
- 2 La legge che devi usare è la legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato con velocità iniziale v_0 diversa da 0:
 $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 16,5t + \frac{1}{2} \cdot 1,3 t^2 = 0,65t^2 + 16,5t$
- 3 Sostituisci nella formula i dati, trovando perciò:
 $s = 0,65(10)^2 + 16,5(10) = 230\text{m}$

[230 m]

75 La legge oraria di un moto uniformemente accelerato con partenza in movimento è $s = 0,5t^2 + 3t$. Determina, sapendo che le grandezze sono espresse nelle unità del SI:

- a) l'accelerazione;
- b) la velocità iniziale;
- c) lo spazio percorso in 4 s.

[20 m]

$$\begin{cases} a = 1 \\ v_0 = 3 \\ s = 0,5 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 = 20\text{m} \end{cases}$$

76 Uno sciatore che sta scendendo a 32,4 km/h percorre un tratto molto inclinato con un'accelerazione costante $a = 1,8 \text{ m/s}^2$ per 5 s. Determina:

- a) lo spazio percorso;
- b) la velocità raggiunta.

[a) 67,5 m; b) 64,8 km/h]

$$\begin{cases} s = 0,9t^2 + 9t \\ v = 1,8t + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 0,9(5^2) + 9(5) = 67,5\text{m} \\ v = 1,8(5) + 9 = 18\text{m/s} = 64,8\text{km/h} \end{cases}$$

77 Un aereo in fase di atterraggio decelera senza fermarsi per 18 s con $a = -3,4 \text{ m/s}^2$. Se nel momento in cui tocca terra si muove alla velocità di 68 m/s, qual è lo spazio percorso durante la frenata?

[673 m]

$$s = -1,7(18)^2 + 68(18) = 673,2\text{m}$$

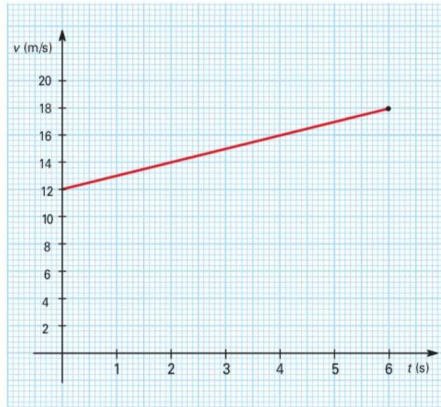
78 Il macchinista di un treno che sta andando alla velocità di 162 km/h vede un ostacolo sui binari. Se decelera per 50 s con $a = -0,65 \text{ m/s}^2$, qual è lo spazio percorso durante la frenata? Qual è la velocità alla fine della frenata?

[1,44 km; 45 km/h]

$$\begin{cases} s = 0,325t^2 + 45t \\ v = -0,65t + 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = -0,325(50)^2 + 45(50) = 1437,5\text{m} \\ v = -0,65(50) + 45 = 12,5\text{m/s} = 45\text{km/h} \end{cases}$$

79 Nel grafico è rappresentata la velocità di un corpo, determina:

- a) quale spazio ha percorso nei primi 6,0 secondi;
 b) in quale istante si trova a metà percorso.



[a) 90 m; b) 3,3 s]

$$s = 0.5t^2 + 12t \Rightarrow s = 0.5(6)^2 + 12(6) = 90 \text{ m}$$

Tempo in metà percorso: $s = 0.5t^2 + 12t = 45 \Rightarrow 0.5t^2 + 12t - 45 = 0 \Rightarrow t = \frac{-12 \pm 15,3}{1} = 3,3 \text{ s}$

80 Un ciclista che sta andando a 34,2 km/h percorre gli ultimi 50 m di un percorso con accelerazione costante $a = 1,0 \text{ m/s}^2$. In quanto tempo percorre questo ultimo tratto?

[4,3 s]

$$s = 0.5t^2 + 9,5t = 50 \Rightarrow 0.5t^2 + 9,5t - 50 = 0 \Rightarrow t = \frac{-9,5 \pm 13,8}{1} = 4,3 \text{ s}$$

81 Un animale che sta correndo a 16 m/s si trova a 200 m dal branco, per cui accelera con $a = 0,2 \text{ m/s}^2$. Quanto tempo impiega a raggiungerlo?

[11,7 s]

$$s = 0.1t^2 + 16t = 200 \Rightarrow 0.1t^2 + 16t - 200 = 0 \Rightarrow t = \frac{-16 \pm 18,3}{0,2} = 11,7 \text{ s}$$

82 Un punto materiale, partendo da fermo, si muove lungo una traiettoria rettilinea per 5,00 s con moto uniformemente accelerato con $a = 2,40 \text{ m/s}^2$; nei successivi 7,00 s si muove con la stessa velocità raggiunta al quinto secondo e infine decelera e si ferma in 7,50 s. Determina lo spazio percorso complessivamente.

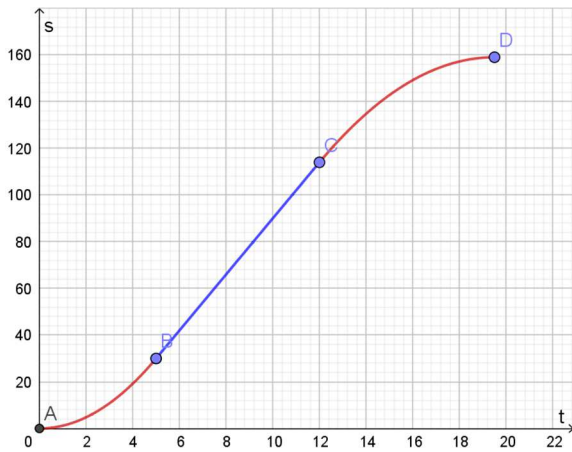
[159 m]

$$\begin{cases} s_1 = 1,2t^2 \\ v_1 = 2,4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 1,2(5)^2 = 30 \text{ m} \\ v_1 = 2,4(5) = 12 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_2 = 12t \\ v_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = 12(7) = 84 \\ v_2 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_3 = \frac{1}{2}at^2 + 12t \\ v_3 = at + 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_3 = \frac{1}{2}at^2 + 12t \\ 0 = a(7,5) + 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_3 = -0,8(7,5)^2 + 12(7,5) = 45 \\ a = \frac{-12}{7,5} = -1,6 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 159 \text{ m}$$



- 83** Un'automobile, partendo da ferma, raggiunge in 9,00 s la velocità di 97,2 km/h per poi percorrere i successivi 297 m a velocità costante. Infine si ferma frenando con $a = -1,50 \text{ m/s}^2$.
- Determina l'accelerazione nella fase iniziale.
 - Disegna il grafico velocità-tempo relativo a questo moto.
 - Quanto tempo dura la fase di decelerazione?
 - Quale distanza ha percorso complessivamente?

[a) $3,00 \text{ m/s}^2$; c) $18,0 \text{ s}$; d) 662 m]

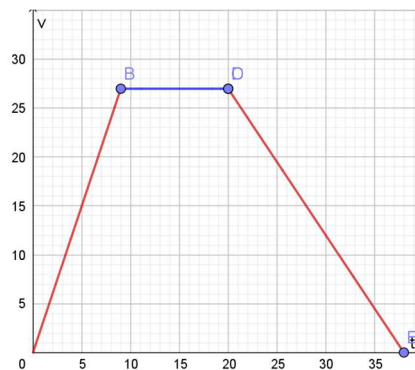
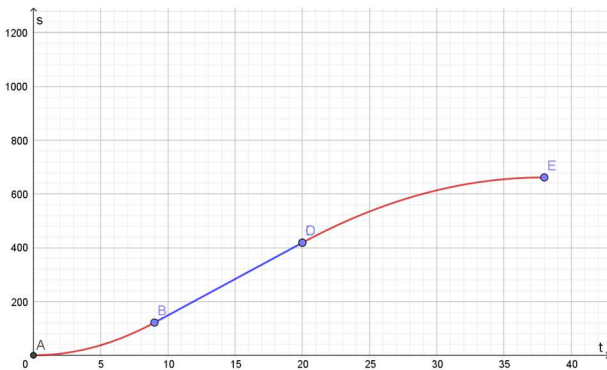
$$a_1 = \frac{27}{9} = 3 \text{ m/s}^2, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{297}{27} = 11 \text{ s}$$

$$\begin{cases} s_1 = 1,5t^2 \\ v_1 = 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 1,5(9)^2 = 121,5 \text{ m} \\ v_1 = 3(9) = 27 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_2 = 27t \\ v_2 = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = 297 \\ v_2 = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_3 = -0,75t^2 + 27t \\ v_3 = -1,5t + 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_3 = -0,75(18)^2 + 27(18) = 243 \\ t_3 = \frac{27}{1,5} = 18 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 661,5 \text{ m}$$



84 Nicola, che sta guidando un'auto, mentre è fermo a un semaforo riceve un messaggio di Tommaso che si trova sulla sua stessa strada a 0,650 km di distanza e gli chiede un passaggio. Nicola parte con accelerazione costante di $0,300 \text{ m/s}^2$ e quando raggiunge l'amico lo vede all'ultimo momento proprio nell'istante in cui è allineato con lui, per cui inizia a frenare bruscamente con $a = -4,00 \text{ m/s}^2$.

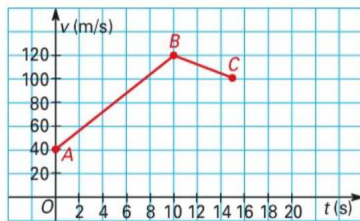
- a) Determina quanto tempo Nicola ha impiegato per raggiungere Tommaso.
 b) Qual è la velocità massima raggiunta?
 c) Quale distanza viene percorsa in fase di frenata?

[a) 65,8 s; b) 19,7 m/s; c) 48,8 m]

$$\begin{cases} s_1 = 0,15t^2 \\ v_1 = 0,3t \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = \sqrt{\frac{650}{0,15}} = 65,8s \\ v_1 = 0,3(65,8) = 19,7m/s \end{cases}$$

$$s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-19,7^2}{2(-4)} = 48,75m$$

85 Osserva il grafico.



Determina:

- a) l'accelerazione nei tratti AB e BC;
 b) lo spazio percorso nei primi 6,00 s;
 c) in relazione all'intervallo $0 \text{ s} < t < 10,0 \text{ s}$, dopo quanti secondi dall'istante in cui è scattato il cronometro il punto materiale ha percorso una distanza di 500 m.

[a) $8,00 \text{ m/s}^2$; $-4,00 \text{ m/s}^2$; b) 384 m; c) 7,25 s]

$$a_{AB} = \frac{120-40}{10} = 8m/s^2 \quad a_{BC} = \frac{100-120}{15-10} = \frac{-20}{5} = -4m/s^2$$

Leggi orarie:

$$\begin{cases} s_1 = 4t^2 + 40t \\ v_1 = 8t + 40 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} s_2 = -2(t-6)^2 + 120t \\ v_2 = -4(t-6) + 120 \end{cases}$$

La velocità per $t=6$

$$\begin{cases} s_1 = 4(6)^2 + 40(6) = 384m \\ v_1 = 8(6) + 40 = 88m/s \end{cases}$$

Oppure con l'area sottesa: $Area(AB) = \frac{1}{2}(40+88)6 = 384m$

Nel tratto AB percorre $s=500m$ quando:

$$4t^2 + 40t = 500 \Rightarrow \text{semplificando: } t^2 + 10t - 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{-10 \pm \sqrt{600}}{2} = 7,25s$$

- **86** Enea alla guida di un camion passa da 43,2 km/h a 75,6 km/h percorrendo, con accelerazione costante, 210 m. Determina:
- il tempo impiegato per percorrere il tratto di strada;
 - l'accelerazione.
 - Appena raggiunta la massima velocità Enea inizia a frenare con accelerazione costante e si ferma in 6,00 s. Qual è lo spazio di frenata?
- [a) 12,7 s; b) 0,71 m/s²; c) 63,0 m]

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{21^2 - 12^2}{2(210)} = 0,71 \text{ m/s}^2$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{21 - 12}{0,71} = 12,7 \text{ s}$$

Calcoliamo l'accelerazione di frenata: Dato che si ferma per $t=6$ e $v=0$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a6 + 21 \Rightarrow a = \frac{21}{6} = 3,5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-21^2}{2(-3,5)} = 63 \text{ m}$$

- 87** Sara sta andando a 90,0 km/h e vede all'improvviso un ostacolo per cui decide di frenare. Sapendo che il suo tempo di reazione è di 1,50 s e che si ferma in 120 m, qual è la decelerazione?

SUGGERIMENTO Il tempo di reazione è l'intervallo di tempo che intercorre fra la decisione di frenare e l'istante in cui inizia effettivamente la frenata. Durante il tempo di reazione la velocità rimane inalterata.

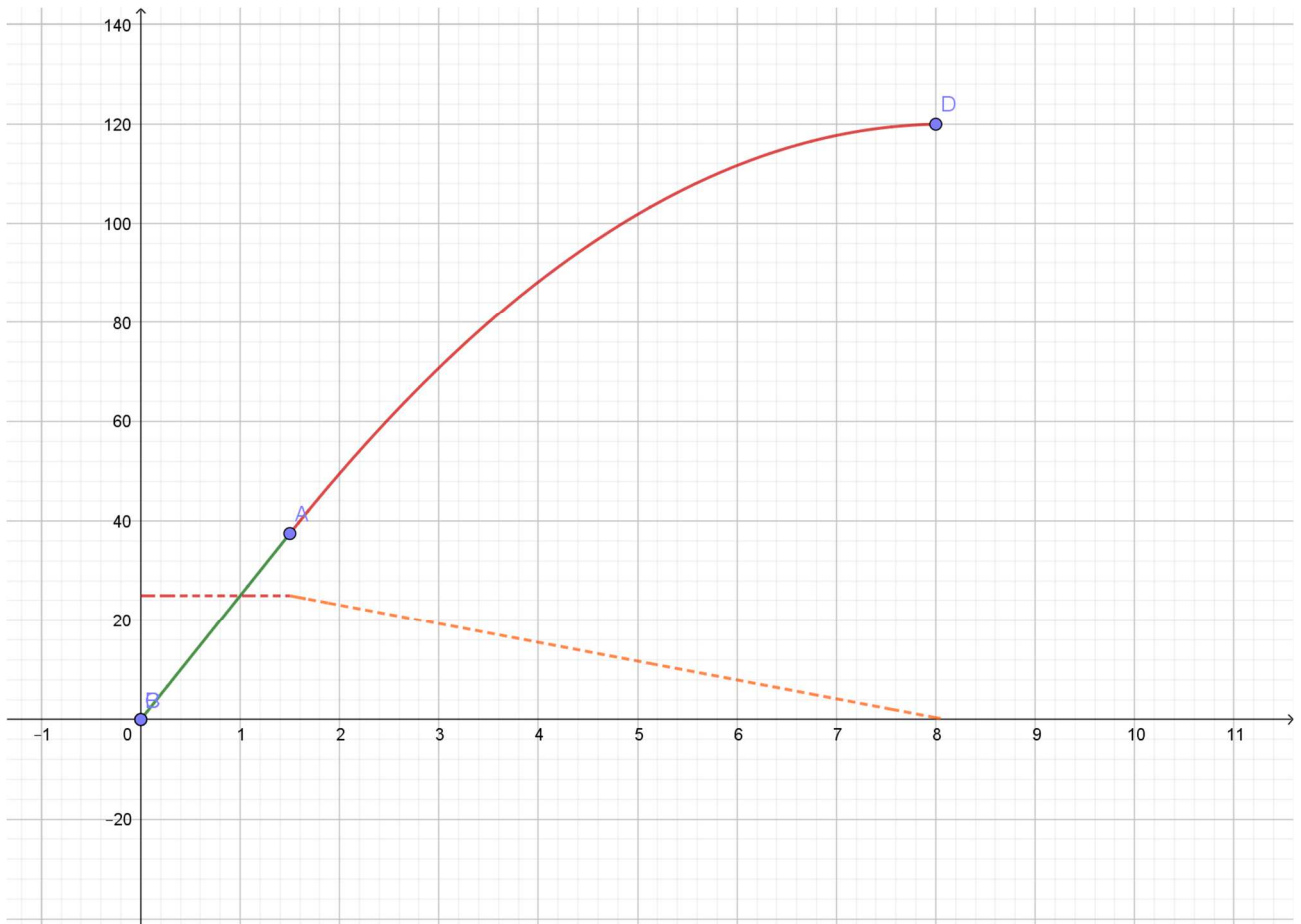
[−3,79 m/s²]

Nel tempo di reazione il moto è rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} s_1 = 25t \\ v_1 = \frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 25(1,5) = 37,5 \text{ m} \\ v_1 = 25 \text{ m/s} \end{cases}$$

Se percorre 37,5 m prima di decelerare: lo spazio in cui decelera è $s=120-37,5=82,5\text{m}$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0 - 25^2}{2(82,5)} = -3,79 \text{ m/s}^2$$



88 In un incidente i danni ai passeggeri dipendono dall'accelerazione a cui sono soggetti, che può raggiungere valori molto superiori a quella di gravità. Le cinture di sicurezza servono a limitare i danni riducendo l'accelerazione.



Supponiamo che un'auto vada a urtare contro un muro alla velocità di 46,8 km/h. Se un viaggiatore indossa la cintura il suo corpo si arresta assieme al veicolo che si schiaccia di 90 cm, mentre se non le indossa il suo corpo si arresta contro il volante percorrendo 40 cm. A quale accelerazione è soggetto il passeggero nei due casi?

[-94 m/s^2 ; -210 m/s^2]

$$a_1 = \frac{v^2 - v_0^2}{2s_1} = \frac{-13^2}{2(0,9)} = -94 \text{ m/s}^2 \quad a_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2s_2} = \frac{-13^2}{2(0,4)} = -211 \text{ m/s}^2$$

■ **89** Dopo aver percorso un tratto con velocità costante un motociclista inizia a muoversi di moto rettilineo uniformemente accelerato con $a = 1,20 \text{ m/s}^2$. La sua velocità iniziale triplica mentre percorre 778 m.

Determina:

- a) la velocità iniziale;
b) il tempo impiegato.

SUGGERIMENTO Se poni la velocità iniziale v_0 , quella finale risulta ... per cui puoi scrivere la relazione tra le velocità e ricavare t in funzione di ... Sostituendo t nella ...

[a) 55,0 km/h; b) 25,5 s]

$$\begin{cases} s = 0,6t^2 + v_0t \\ v = 1,2t + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 0,6t^2 + v_0t \\ 3v_0 = 1,2t + v_0 \end{cases}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow (3v_0)^2 - v_0^2 = 2(1,2)778 \Rightarrow 8v_0^2 = 1867 \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{1867,2}{8}} = 15,28 \text{ m/s} = 55 \text{ km/h}$$

$$v = 1,2t + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{1,2} = \frac{3v_0 - v_0}{1,2} = \frac{2(15,28)}{1,2} = 25,5 \text{ s}$$

90 Un gatto vuol salire su una mensola che si trova a 1,80 m di altezza. I suoi muscoli gli consentono di esercitare un'accelerazione di $40,0 \text{ m/s}^2$ mentre percorre i primi 30,0 cm in verticale. Riesce ad arrivare alla mensola?

SUGGERIMENTO Determina prima quale velocità il gatto raggiunge al termine della prima fase di accelerazione... Si tratta poi di calcolare se tale velocità gli permette di raggiungere la mensola oppure no...

[No, perché giunge a 1,52 m]

Si muove il primo tratto di 0,3m con $a=40\text{m/s}^2$ e il secondo tratto con $a=-9,8\text{m/s}$, in cui $v_1=4,9$ e $v_2=0$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1s_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2a_1s_1 + v_0^2} = \sqrt{2(40)0,3} = 4,9 \text{ m/s}$$

$$\text{Nel secondo tratto: } s_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2} = \frac{0 - 4,9^2}{2(-9,8)} = 1,22 \text{ m}$$

Alla fine percorre: $s = s_1 + s_2 = 0,3 + 1,22 = 1,52 \text{ m} < 1,80 \text{ m}$ sotto la mensola

91 Un ragazzo, per valutare l'altezza di un edificio lascia cadere dal tetto un oggetto di plastica con velocità diretta verticalmente verso il basso di $1,1 \text{ m/s}$. Dopo $1,5 \text{ s}$ l'oggetto tocca il suolo.

- a) Qual è la velocità nel momento di impatto con il suolo?
b) Calcola l'altezza dell'edificio.

c) Se l'esperimento si fosse svolto su Marte quale sarebbe stata l'altezza dell'edificio ($g_{\text{Marte}} = 3,73 \text{ m/s}^2$)?

[a) 15,8 m/s; b) 12,7 m; c) 5,85 m]

$$\begin{cases} s = 4,9t^2 + 1,1t \\ v = 9,8t + 1,1 \end{cases} \text{ dopo } 1,5s \quad \begin{cases} s = 4,9(1,5)^2 + 1,1(1,5) = 12,7 \text{ m} \\ v = 9,8(1,5) + 1,1 = 15,8 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_2 = 4,9t^2 + 1,1t \\ v_2 = 9,8t + 1,1 \end{cases} \text{ dopo } 1,5s \quad \begin{cases} s_2 = 1,865(1,5)^2 + 1,1(1,5) = 5,85 \text{ m} \\ v_2 = 3,73(1,5) + 1,1 = 6,7 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \end{cases}$$

92 Un ragazzo, che sta cercando di diventare un giocoliere, tira verso l'alto una clavetta con velocità iniziale $v_0 = 5,5 \text{ m/s}$. Rispetto alla posizione di lancio, quale altezza massima raggiunge l'oggetto?

SUGGERIMENTO In fase di salita il moto è uniformemente decelerato ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) con velocità iniziale v_0 e termina quando la velocità diventa 0. Quindi:

$$\begin{cases} v_{finale} = v_0 - 9,81t \\ s = \frac{1}{2}(-9,81)t^2 + v_0t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \dots - \dots \text{ da cui ricavi } t \text{ e} \\ \text{sostituisci nella seconda equazione} \\ s = \frac{1}{2}(-9,81)\dots + v_0\dots \end{cases}$$

[1,54 m]

L'altezza massima la raggiunge quando la velocità finale $v=0$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 5,5^2}{2(-9,8)} = 1,54 \text{ m}$$

93 Elisa lancia verso l'alto un pupazzo con $v_0 = 4,7 \text{ m/s}$. Il soffitto è alto 2,8 m.

- Il giocattolo raggiunge il soffitto se viene lanciato da un metro di altezza rispetto al pavimento?
- Quanto tempo impiega per raggiungere la massima altezza?

SUGGERIMENTO Per rispondere ai quesiti a) e b) vedi Suggerimento dell'esercizio 92.

[a] no; b) 0,48 s

$$\text{l'oggetto percorre } s_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 4,7^2}{2(-9,8)} = 1,13 \text{ m}$$

Quindi raggiunge un'altezza: $h = s_1 + s_2 = 1 + 1,13 = 2,13 \text{ m} < 2,8 \text{ m}$ al di sotto del soffitto.

$$t = \frac{v - v_0}{-9,8} = \frac{0 - 4,7}{-9,8} = 0,48 \text{ s}$$

94 Renzo e Matteo, alla fine dell'ora di educazione fisica, stanno scherzando e il primo lancia la scarpa dell'amico in verticale con $v_0 = 6,2 \text{ m/s}$ da un'altezza di 2,0 m rispetto al suolo.

- Se il soffitto della palestra è alto 6,0 m la scarpa lo raggiunge?
- Quanto tempo impiega a raggiungere la massima altezza?
- Quanto tempo impiega per ricadere al suolo da quando è stata lanciata?

SUGGERIMENTO Per rispondere ai quesiti a) e b) vedi Suggerimento dell'esercizio 92; per c) occorre considerare che la caduta dalla massima altezza è un moto uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla.

[a] no; b) 0,63 s; c) 1,53 s

$$\begin{cases} s = 4,9t^2 + 6,2t + 2 \\ v = 9,8t + 6,2 \end{cases}$$

raggiunge l'altezza massima quando $v=0$

$$\begin{cases} s = -4,9t^2 + 6,2t + 2 \\ v = 9,8t + 6,2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = -4,9(0,63)^2 + 6,2(0,63) + 2 = 3,96m < 6m \\ t = \frac{6,2}{9,8} = 0,63 \end{cases}$$

La scarpa torna al suolo quando $s=0$

$$s = -4,9t^2 + 6,2t + 2 = 0$$

$$s = -4,9t^2 + 6,2t + 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{-6,2 \pm 8,8}{-9,8} = \begin{cases} -0,27 \\ 1,53s \end{cases}$$