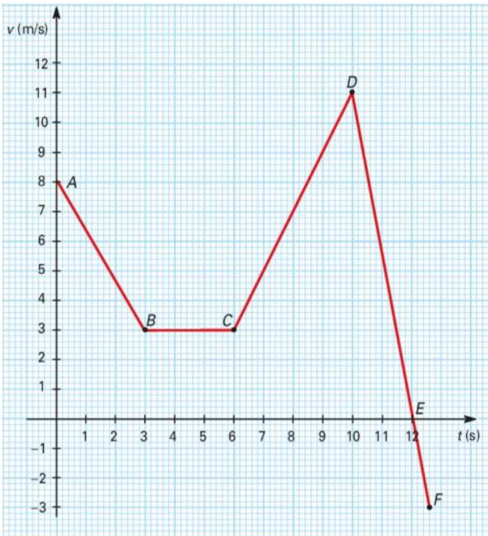
Problemi

La risoluzione dei problemi richiede la conoscenza degli argomenti trasversali a più paragrafi. Con il pallino sono contrassegnati i problemi che presentano una maggiore complessità; il simbolo ■ segnala i problemi che richiedono la risoluzione di un'equazione di secondo grado completa.

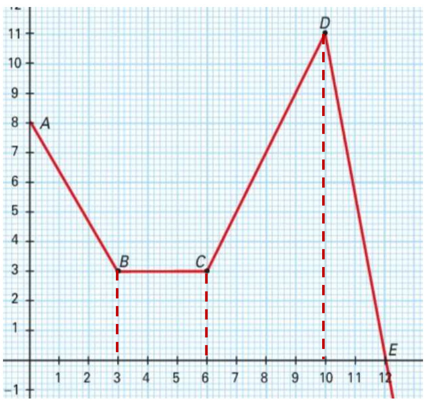
1 Osserva il grafico.



a) Determina l'accelerazione nei tratti *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*.
b) Individua la legge oraria del moto relativamente ai singoli tratti *AB*, *BC*, *CD*, *DE*.
c) Calcola lo spazio complessivo percorso nei primi 12 secondi.
d) In corrispondenza del tratto *EF* il segno della velocità risulta negativo. Qual è il significato fisico?

[*a*) $-1{,}67\ m/s^2$; ...; *b*) *AB*: $s = \frac{1}{2}(-1{,}67)\cdot t^2 + 8t$; *BC*: $s = 3t$; ...; *c*) 64,5 m]

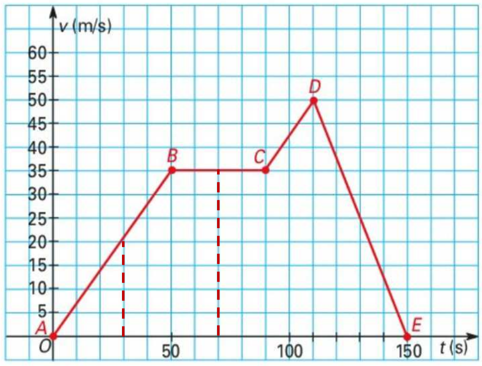
Tratto	Accelerazione	Legge oraria
AB:	$a_{AB} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{3-8}{3} = -1{,}67 m/s^2$	$s = -0{,}835t^2 + 8t$
BC:	$a_{BC} = \frac{v_C - v_B}{t_C - t_B} = \frac{3-3}{3} = 0 m/s^2$	$s = 3t$
DC:	$a_{DC} = \frac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = \frac{11-3}{10-6} = 2 m/s^2$	$s = t^2 + 3t$
ED:	$a_{ED} = \frac{v_E - v_D}{t_E - t_D} = \frac{0-11}{3} = -3{,}67 m/s^2$	$s = -1{,}835t^2 + 11t$



Spazio percorso: $s = Area_{AB} + Area_{BC} + Area_{CD} + Area_{DE} = \frac{33}{2} + 9 + 28 + 11 = 64{,}5m$

Nel tratto EF: la velocità è negativa , l'accelerazione è negativa. Quindi il corpo sta accelerando nel verso opposto al verso considerato positivo.

2 Osserva il grafico.



a) Determina l'accelerazione relativa ai tratti *AB*, *BC*, *CD*, *DE*;
b) Qual è lo spazio percorso tra $t_1 = 30$ s e $t_2 = 70$ s?
c) Qual è la velocità media dell'intero percorso?

SUGGERIMENTO Per $t_1 = 30$ s il grafico relativo al tratto *AB* riguarda un moto uniformemente accelerato con... per cui la legge oraria è $s = ...$; per $t_2 = 70$ s innanzitutto occorre calcolare la distanza percorsa nei primi 50 s di moto... e infine la distanza percorsa negli ultimi 20 s, durante i quali il moto è... per cui la legge oraria è $s = ...$

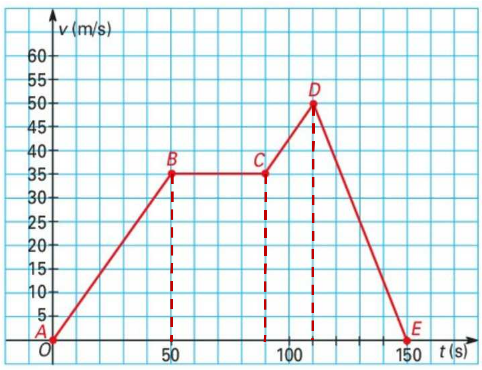
[*a)* 0,70 m/s²; ...; 0; 0,75 m/s²; –1,25 m/s²; *b)* 1260 m; *c)* 27,5 m/s]

Tratto	Accelerazione	Legge oraria
AB:	$a_{AB} = \dfrac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \dfrac{35-0}{50} = 0{,}7 m/s^2$	$s = -0{,}35t^2$
BC:	$a_{BC} = \dfrac{v_C - v_B}{t_C - t_B} = \dfrac{35-35}{40} = 0 m/s^2$	$s = 35t$
DC:	$a_{DC} = \dfrac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = \dfrac{50-35}{20} = 0{,}75 m/s^2$	$s = 0{,}375t^2 + 35t$
ED:	$a_{ED} = \dfrac{v_E - v_D}{t_E - t_D} = \dfrac{0-50}{40} = -1{,}25 m/s^2$	$s = -0{,}625t^2 + 50t$

Spazio percorso tra t1=30 e t2=70 Dato che

Per t1=30 $v_1 = a_{AB}t = (0{,}7)30 = 21$

Spazio percorso nel tratto t1 e t2: $s = Area_1 + Area_2 = \dfrac{21+35}{2}(50-30) + 35(20) = 560 + 700 = 1260m$



Spazio percorso intero tratto:

$s = Area_{AB} + Area_{BC} + Area_{CD} + Area_{DE} = 875 + 1400 + 850 + 1000 = 4125m$

Velocità media intero percorso: $v_{media} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{4125}{150} = 27{,}5m/s$

3 Un corpo *A* parte da fermo dalla posizione $s_0 = 0$ m con accelerazione costante pari a 0,2 m/s², mentre un corpo *B* transita nella medesima posizione con velocità costante di 1,0 m/s. Entrambi i corpi si muovono di moto rettilineo.

a) Scrivi le equazioni orarie dei moti dei due corpi.
b) Traccia nello stesso piano cartesiano le curve rappresentative dei due moti.
c) Trova la distanza che separa *A* da *B* dopo 6 secondi.
d) Determina dopo quanto tempo *A* raggiunge *B*.

SUGGERIMENTO Per individuare i punti necessari per tracciare il grafico, ti conviene costruire una tabella oraria, assegnando al tempo valori a piacere non troppo grandi...

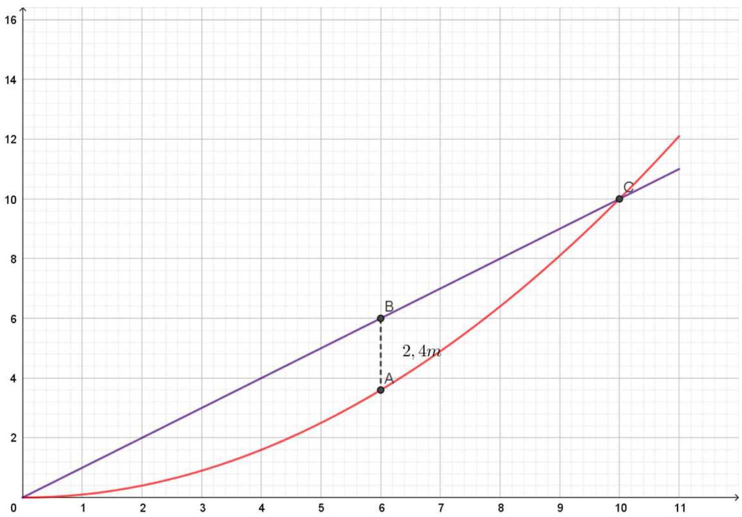
[*a*) $s = 0{,}1\,t^2$; $s = 1\,t$; c) 2,4 m; *d*) 10 s]

$$\begin{cases} s_A = 0{,}1t^2 \\ s_B = t \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} v_A = 0{,}2t \\ v_B = 1 \end{cases}$$

Dopo 6 : $\begin{cases} s_A = 0{,}1 \cdot 6^2 = 3{,}6m \\ s_B = 6 \end{cases} \Rightarrow d = s_B - s_A = 6 - 3{,}6 = 2{,}4m$

I due corpo si incontrano quando sA=sB: $\begin{cases} s_A = s_B \\ 0{,}1t^2 = t \end{cases} \Rightarrow 0{,}1t^2 - t = t(0.1t - 1) = 0 \Rightarrow 0.1t - 1 = 0 \Rightarrow$

$t = \dfrac{1}{0{,}1} = 10s$ e in una posizione $\begin{cases} s_A = 10m \\ s_B = 10m \end{cases}$, che rappresenta anche lo spazio percorso dai due corpi.



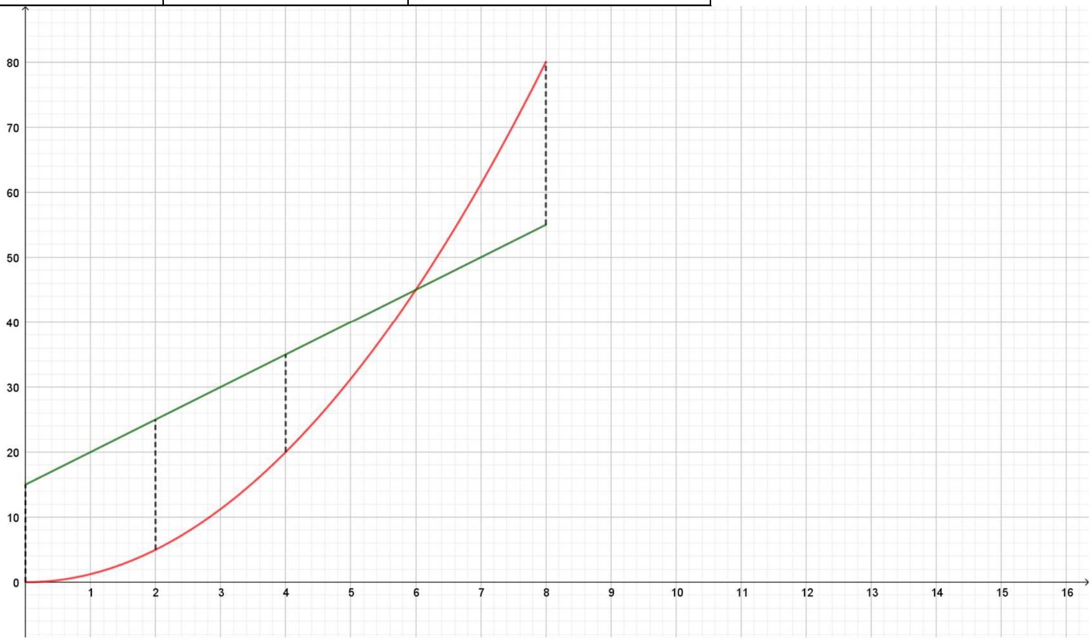
•4 Un corpo *A* si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con $s_0 = 0$ m, $v_0 = 0$ m/s e accelerazione di 2,5 m/s². Un corpo *B* si muove di moto rettilineo uniforme con velocità pari a 5,0 m/s e posizione iniziale 15 m.

a) Scrivi le due leggi orarie.
b) Traccia nello stesso piano cartesiano le curve rappresentative dei due moti.
c) Determina la distanza tra i corpi in questione per *t* pari a 0, 2, 4, 6 e 8 s.
d) Calcola la velocità di *A* quando raggiunge *B*.

[*a*) $s = 1{,}25t^2$; $s = 5t + 15$;
c) 15 m; 20 m; 15 m; 0 m; 25 m; *d*) 15 m/s]

$$\begin{cases} s_A = 1,25t^2 \\ s_B = 5t + 15 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} v_A = 2,5t \\ v_B = 5 \end{cases}$$

t	sA	sB	d
0	$s_A = 0$	$s_B = 15$	$d = s_B - s_A = 15$
2	$s_A = 5$	$s_B = 25$	$d = s_B - s_A = 20$
4	$s_A = 20$	$s_B = 35$	$d = s_B - s_A = 15$
6	$s_A = 45$	$s_B = 45$	$d = s_B - s_A = 0$
8	$s_A = 80$	$s_B = 55$	$d = s_B - s_A = -25$



Il corpo A incontra il corpo B in t=6 e in una posizione s=45. Come si vede dalla tabella e dal grafico.

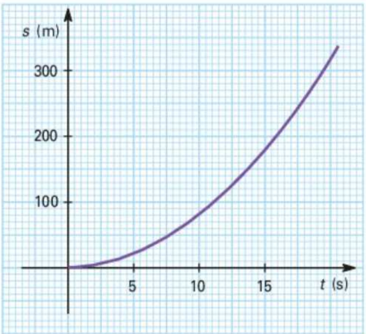
Si poteva calcolare anche mettendo a sistema le due leggi orarie:

$$\begin{cases} s_A = s_B \\ 1,25t^2 = 5t + 15 \end{cases} \Rightarrow 1,25t^2 = 5t + 15 \Rightarrow 1,25t^2 - 5t - 15 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm 10}{2,5} = \frac{15}{2,5} = 6s$$

Per t=6 la velocità è: $\begin{cases} v_A = 15 \\ v_B = 5 \end{cases}$

5 Esamina il grafico qui sotto.



a) Stabilisci a quale tipo di moto si riferisce e perché.
b) Calcola la grandezza che tra la velocità e l'accelerazione ritieni costante.
c) Scrivi la legge oraria del moto.
d) Determina la posizione del corpo dopo 40 s.
e) Trova la velocità del corpo dopo 1 min.

SUGGERIMENTO Individua una coppia (t, s) di valori corrispondenti a un punto appartenente alla parabola, calcola immediatamente la... tramite la formula inversa...

[*c*) $s = 0{,}8t^2$; *d*) 1,28 km; *e*) 96 m/s]

Per t=10s, s=80m $\Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{160}{100} = 1{,}6 m/s^2$

L'accelerazione rimane costante. Rapporto tra velocità e tempo. Invece la velocità varia perché varia la pendenza.

$s = 0{,}8t^2$ e $v = 1{,}6t$

t	s
0	0
5	20
10	80
15	180

$s(40) = 0{,}8(40)^2 = 1280m$ e $v(60) = 1{,}6(60) = 96\,\mathrm{m/s}$

6 Un'auto accelera lungo il tratto rettilineo di un circuito da 0 a 100 km/h in 10,5 s. Immaginando che l'accelerazione sia costante, determina lo spazio percorso in tale intervallo di tempo e la velocità che l'auto raggiungerebbe dopo 400 m dalla partenza.

[146 m; 46 m/s]

$$v = \frac{100}{3{,}6} = 27{,}78 m/s$$

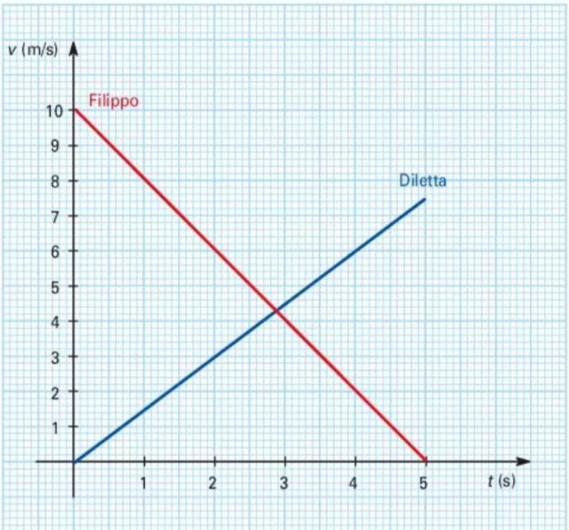
$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 \\ v = at + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 1{,}32(10.5)^2 = 145{,}83m \\ a = \frac{v}{t} = \frac{27{,}78}{10{,}5} = 2{,}65 m/s^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$v^2 - v_0{}^2 = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2(2{,}65)400 + 0} = 46 m/s$$

7 Completa la tabella sottostante di confronto fra il moto rettilineo uniforme e quello uniformemente accelerato con partenza da fermo.

caratteristiche \ moto	moto rettilineo uniforme	moto rettilineo uniformemente accelerato
traiettoria	rettilinea	...rettilinea
velocità	... costante	variabile ($v = a \cdot t$)
accelerazione	nulla	... costante
grandezze direttamente proporzionali	... Spazio e Tempo	velocità e tempo
grandezze con proporzionalità quadratica	nessuna	... Spazio e Tempo
legge oraria (con $s_0 = 0$)	$s = v \cdot t$	$s = \frac{1}{2}at^2$
rappresentazione grafica $v-t$	... retta	retta
rappresentazione grafica $s-t$	... retta	... parabola

8 Nello stesso istante in cui Diletta parte da ferma con il suo motorino, Filippo, che la sta superando, inizia a frenare con decelerazione costante perché vuole fermarsi a parlare con la sua amica.



Utilizzando i dati ricavabili dal grafico, determina:
a) l'accelerazione di Diletta e Filippo;
b) quanto spazio percorre Diletta prima di raggiungere Filippo;
c) dopo quanto tempo Diletta raggiunge Filippo.

[*a*) 1,5 m/s²; −2,0 m/s²; *b*) 25 m; *c*) 5,77 s]

$$a_F = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-10}{5-0} = -2m/s^2 \quad , \quad a_D = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{3-0}{2-0} = 1,5m/s^2$$

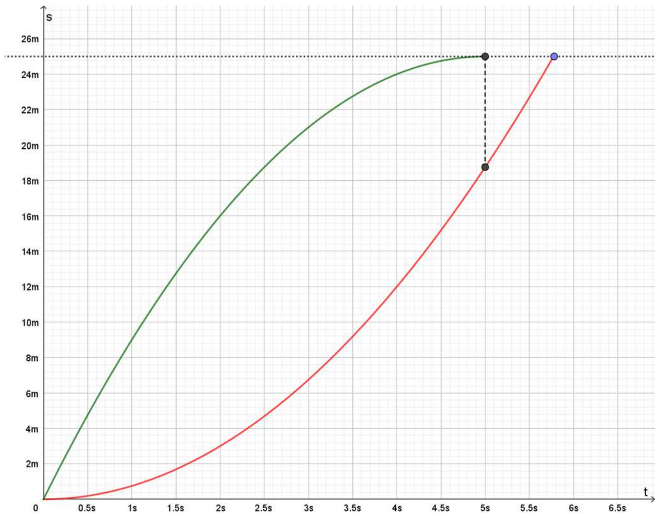
$$\begin{cases} s_D = 0,75t^2 \\ s_F = -t^2 + 10t \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} v_D = 1,5t \\ v_F = -2t + 10 \end{cases}$$

Dopo 5 secondi Filippo si ferma:

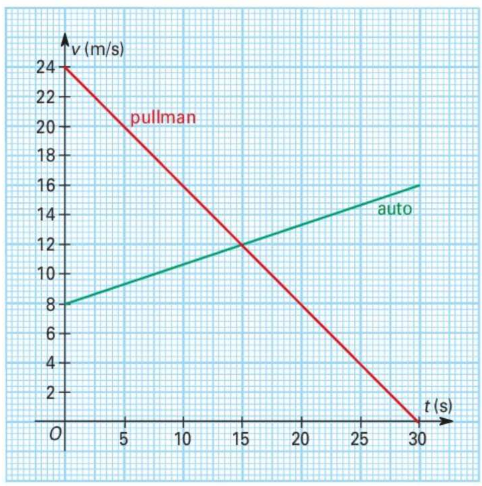
$$\begin{cases} s_D = 0,75(5)^2 = 18,75m \\ s_F = -5^2 + 10(5) = 25\,\text{m} \end{cases}$$

Ed Diletta sta indietro e continua a viaggiare e raggiuge la posizione di 25m quando:

$$s_D = 0,75t^2 = 25 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{25}{0,75}} = 5,77s$$



•9 Sapendo che per $t = 0$ s l'auto e il pullman si trovano nella stessa posizione, dopo quanto tempo e a quale distanza l'auto e il pullman si trovano nuovamente allineati?



[30 s; 360 m]

$$a_p = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-24}{30-0} = -0,8m/s^2 \;,\quad a_a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{12-8}{15-0} = \frac{4}{15} = 0,267m/s^2$$

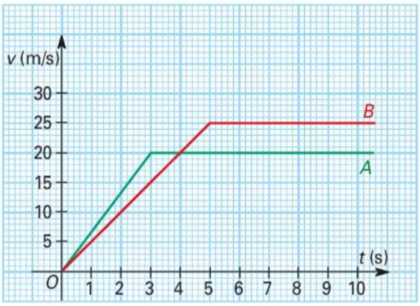
$$\begin{cases} s_D = 0,133t^2 + 8t \\ s_F = -0,4t^2 + 24t \end{cases} \text{e} \quad \begin{cases} v_D = 0,267t + 8 \\ v_F = -0,8t + 24 \end{cases}$$

I due corpi si incontrano quando:

$$\begin{cases} s_D = s_F = -0,4t^2 + 24t \\ 0,133t^2 + 8t = -0,4t^2 + 24t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_D = s_F = 0,13t^2 \\ t(0,533t - 16) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_D = s_F = 0,133(30)^2 + 8(30) = 360m \\ t = \dfrac{24}{0,533} = 30s \end{cases}$$

Si vede dal grafico v-t che le due aree sono equivalenti.

10



In questo grafico velocità-tempo sono riportate le velocità in funzione del tempo relative all'attacco di un predatore *A* che cerca di catturare una preda *B*. Non sono date informazioni sulla posizione dei due animali. Determina la distanza percorsa da *A* e *B* nei seguenti intervalli.

a) 0 s < *t* < 3 s
b) 3 s < *t* < 4 s
c) 4 s < *t* < 5 s
d) 5 s < *t* < 6 s
e) Da questa analisi è possibile ricavare qual è il vantaggio minimo che permette a *B* di sfuggire ad *A*?

[*a*) 30 m; 22,5 m; *b*) 20 m; 17,5 m; *c*) 20 m; 22,5 m; *d*) 20 m; 25 m; *e*) 10 m]

Con le aree sottese rispondiamo ai vari quesiti.

T1	T2	sA	sB	d
0	3	30	22,5	7,5
3	4	20	17,5	2,5
4	5	20	22,5	-2,5
5	6	20	22,5	-2,5

Come vediamo A fino a 4 secondi percorre 50m (30+20) e B percorre 40m (22,5+17,5).

Quindi la distanza minima che occorre a B per salvarsi è di 10m. per t>4 B guadagna si A.

11 Elena si sta muovendo a piedi lungo una strada rettilinea a velocità costante di 3,0 m/s e si trova 200 m davanti al suo amico Jacopo che parte in auto con un'accelerazione costante di 1,2 m/s^2.

a) Dopo quanto tempo Jacopo raggiunge Elena?
b) Quale distanza ha percorso Jacopo?
c) Qual è la velocità di Jacopo quando raggiunge Elena?

SUGGERIMENTO La distanza complessiva percorsa da Jacopo con moto uniformemente accelerato è uguale a quella percorsa da Elena con moto rettilineo e uniforme aumentata di 200 m. Quindi: $s_{Jacopo} = s_{Elena} + 200$

[*a*) 20,9 s; *b*) 263 m; *c*) 90 km/h]

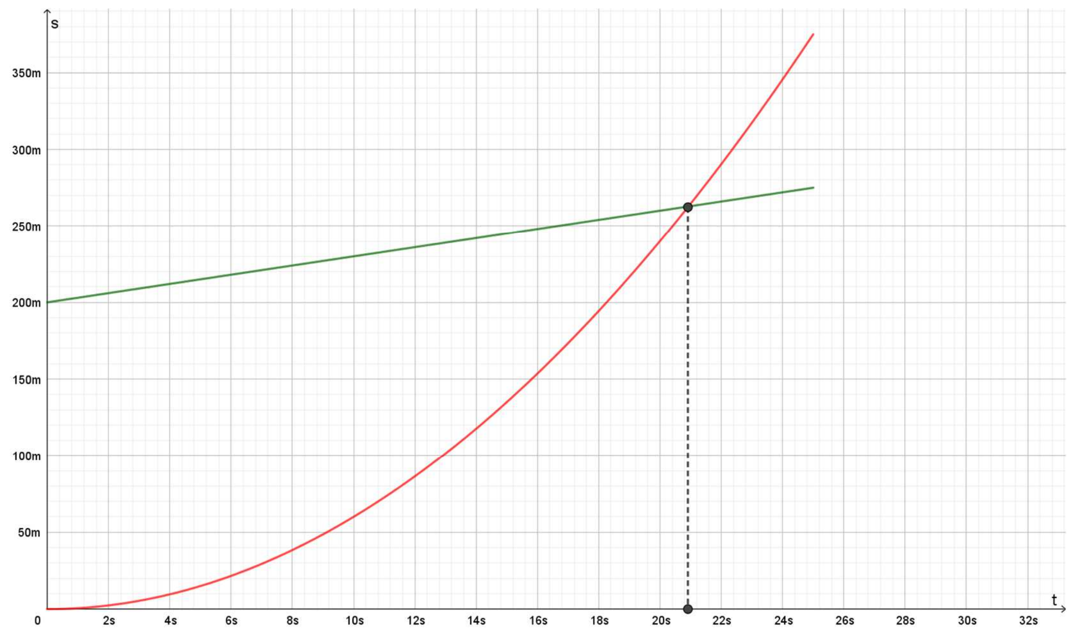
$$\begin{cases} s_E = 3t + 200 \\ s_J = 0,6t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_E = 3 \\ v_J = 1,2t \end{cases}$$

a) $$\begin{cases} s_E = s_J = 3t + 200 \\ 0,6t^2 = 3t + 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_E = s_J = 3t + 200 \\ 0,6t^2 - 3t - 200 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} s_E = s_J = 3t + 200 = 262,8m \\ t = \dfrac{3 \pm \sqrt{3^2 + 4(0,6)200}}{1,2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{489}}{1,2} = 20,9s \end{cases}$$

Jacopo ha percorso 263m mentre Elena ha percorso 63m.

Per t=20,9 $\begin{cases} v_E = 3 \\ v_J = 1,2(20,9) = 25,1m/s = 90km/\text{h} \end{cases}$



•12 Mirco guida il suo camion su una strada rettilinea con velocità costante di 60 km/h, mentre il suo collega Daniele sta andando a velocità costante di 64,8 km/h. Alle ore 15.00 Daniele, nel momento in cui vede il mezzo di Mirco che lo precede a distanza di 300 m, azzera il contakilometri. Alle ore 15.01 Daniele accelera in modo costante e raggiunge Mirco quando il suo contakilometri segna 1 km e 900 m.

a) Quale distanza complessiva percorre Mirco durante l'inseguimento?

b) Quanto dura in totale l'inseguimento?

c) Dalle ore 15.00 alle 15.01 quale distanza percorre Daniele?

d) Qual è l'accelerazione di Daniele?

e) Qual è la velocità di Daniele quando raggiunge Mirco?

[*a*) 1600 m; *b*) 96 s; *c*) 1080 m; *d*) 0,265 m/s²; *e*) 99 km/h]

Ore 15:00 $\begin{cases} s_M = 16{,}67t + 300 \\ s_D = 18t \end{cases}$ $\begin{cases} v_M = 16{,}67 = \dfrac{50}{3} \\ v_D = 18 \end{cases}$

Nell'intervallo di tempo tra t=15.01-15=1m=60s

In 60s secondo Mirco e Daniele si trovano nella posizione.

Fino a 15:01 $\begin{cases} s_M = 1300 \\ s_D = 1080m \end{cases}$

Dove Mirco ha percorso sM=1000 m e Daniele sD=1080m e la loro

Se Daniele percorre in totale 1900 metri. E quindi

Dato che la legge oraria di Mirco non è cambiata, questa è anche la posizione di Mirco

$$s_M = 16,67t + 300 = 1900 \quad \Rightarrow \quad 16,67t = 1600 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1600}{16,67} = 96s$$

Lo spazio percorso da mirco è $s_M = 1900 - 300 = 1600m$

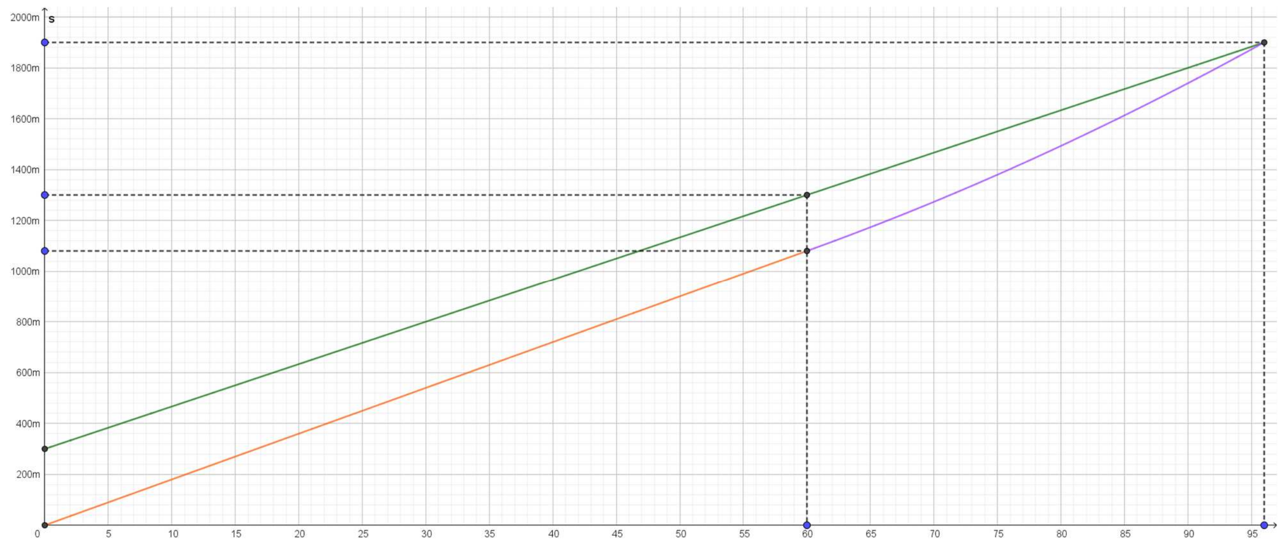
Nel tratto: dopo le 15:01 la legge oraria di Daniele è:

$$s_D = \frac{1}{2}at^2 + 18t + 1080$$

Sostituendo il tempo t=96-60=36s   e la posizione sD=1900

$$s_D = \frac{1}{2}a(36)^2 + 18(36) + 1080 = 1900 \Rightarrow \quad a = \frac{344}{1296} = \frac{43}{162} \Rightarrow \quad a = 0,265$$

$$v_D = (0,265)36 + 18 = 27,56m/s = 99,2km/h$$



13 Un'automobile fugge a un posto di blocco alla velocità costante di 162 km/h. La macchina della polizia, partendo da ferma, inizia un inseguimento con un'accelerazione di 4,00 m/s^2.

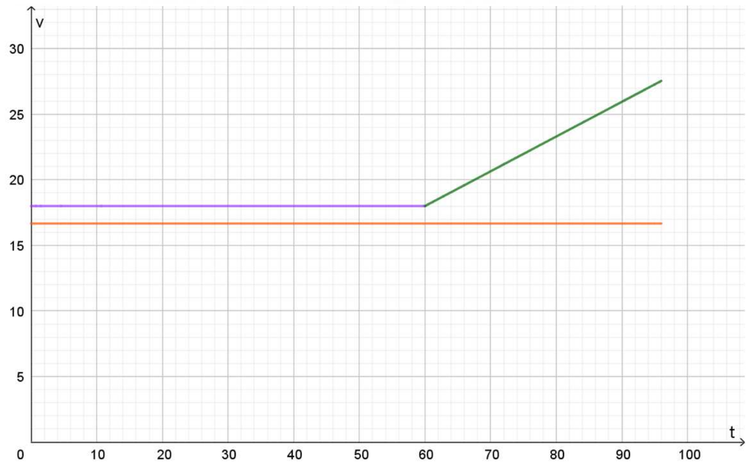
a) Dopo quanto tempo l'automobile della polizia raggiunge la velocità dell'auto inseguita?

b) Nell'istante in cui la macchina della polizia raggiunge la velocità dei fuggiaschi, di quanti metri essi precedono gli inseguitori?

c) Se durante la corsa a 162 km/h all'improvviso si scorgesse sulla strada un ostacolo a 200 m di distanza, ci si riuscirebbe a fermare in tempo per evitarlo qualora la decelerazione fosse di −4,50 m/s^2?

d) Se la macchina della polizia mantiene sempre la stessa accelerazione, dopo quanto tempo raggiunge l'automobile?

[*a*) 11,3 s; *b*) 253 m; c) No, perché...; *d*) 22,5 s]



$$\begin{cases} s_F = 45t \\ s_P = 2t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_F = 45 \\ v_P = 4t \end{cases}$$

Tempo con stessa velocità: $\begin{cases} v_F = 45 \\ v_P = 4t = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_F = 45 \\ t = \dfrac{45}{4} = 11,25s \end{cases}$

Metri di distanza per t=11,25 s:

$$\begin{cases} s_F = 45(11,25) = 506,25m \\ s_P = 2(11,25)^2 = 253,125m \end{cases} \Rightarrow d = s_F - s_P = 506,25 - 253,125 = 253,125m$$

Con una decelerazione di a=-4,5 , la macchina si ferma dopo 225m.

$$s_F = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a} = \frac{0 - 45^2}{2(-4,5)} = 225m$$

La polizia raggiunge i fuggiaschi quando sF=sP:

$$\begin{cases} s_F = 45t \\ s_P = 2t^2 = 45t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_F = 45t \\ t(2t - 45) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_F = 45(22,5) = 1012,5\,\mathrm{m} \\ t = \dfrac{45}{2} = 22,5s \end{cases}$$

•14 La polizia ha disposto un posto di blocco, ma un'auto lo ignora e fugge alla velocità costante di 129,6 km/h. Gli agenti partono dopo 3,0 s, accelerano per i primi 12,0 s e poi procedono a velocità costante per altri 2 min e mezzo e la raggiungono.

a) A che distanza dal posto di blocco si conclude l'inseguimento?

b) Qual è stata l'accelerazione della macchina della polizia?

c) Qual è la massima velocità raggiunta dagli inseguitori?

[*a*) 5,94 km; *b*) 3,17 m/s²; *c*) 137 km/h]

I fuggiaschi hanno una legge oraria: $s_F = 36t$

La polizia raggiunge i fuggiaschi dopo un tempo $t = 3 + 12 + 150 = 165s$

E quindi nella posizione: $s_F = 36(165) = 5940m$

La polizia ha la seguente legge oraria:

$$s_{P1} = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{e} \quad v_{P1} = at$$

nei primi 12 secondi: $s_{P1} = \frac{1}{2}a(12)^2 = 72a$ e la velocità raggiunga è $v_{P1} = at = 12a$

dopo i 12 secondi la legge oraria è: $s_{P2} = v_{P1}t + s_{p1}$

ricordando che il secondo tratto viene percorso t=150s

Sostituendo abbiamo che:

$$5940 = 12a(150) + 72a \;\Rightarrow\; 5490 = 1872a \;\Rightarrow\; a = \frac{5940}{1872} = 3{,}173m/s^2$$

Osserviamo che: $s_{P1} = 228{,}46$ e la velocità raggiunga è $v_{P1} = 38m/s = 137km/h$

15 Un macchinista alla guida del treno individua un ostacolo sulle rotaie a 200 m e comincia a frenare con una decelerazione di −1,6 m/s².

a) Determina il tempo necessario per fermarsi (cioè per raggiungere la velocità di 0 m/s), sapendo che la velocità iniziale è di 86,4 km/h.

b) Il macchinista riesce a evitare l'ostacolo?

[*a*) 15 s; *b*) sì, perché...]

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \\ v = at + v_0 \\ v^2 - v_0{}^2 = 2as \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = -0{,}8t^2 + 24t \\ v = -1{,}6t + 24 \\ v^2 - v_0{}^2 = 2as \end{cases}$$

Il tempo per fermarsi: v=0: $\begin{cases} s=-0,8t^2+24t \\ v=-1,6t+24=0 \\ -24^2=2(-1,6)s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s=-0,8(15)^2+24(15)=180m \\ t=\dfrac{24}{1,6}=15s \\ s=\dfrac{-24^2}{2(-1,6)}=180m \end{cases}$

Sì perché si ferma a 180m.

16 Un automobilista mentre viaggia alla velocità di 108 km/h vede sulla sua strada un tronco d'albero che dista 100 m. L'automobilista, a causa del tempo di reazione, inizia la frenata dopo 0,3 s dal momento in cui ha visto l'ostacolo, dopodiché decelera fino a fermarsi dopo 6 s.

a) Quanto spazio percorre prima di iniziare la frenata?

b) A quanti metri dall'ostacolo riesce a fermarsi?

[*a*) 9 m; *b*) 1 m]

Nei primi 0,3 secondi: $\begin{cases} s_1=30t \\ v=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1=30(0,3)=9m \\ v=30 \end{cases}$

Dopo 0,3 secondi, si ferma in 6 secondi: (6,3 secondi dall'inizio): $\begin{cases} s_2=\dfrac{1}{2}at^2+30t \\ v=at+30 \\ v^2-30^2=2as \end{cases} \Rightarrow$

Per t=6 e v=0 $\begin{cases} s_2=\dfrac{1}{2}a6^2+30(6) \\ a(6)+30=0 \\ 0-30^2=2as \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-5m/s^2 \\ s_2=\dfrac{1}{2}(-5)6^2+180=90m \\ s_2=\dfrac{-30^2}{2(-5)}=90m \end{cases}$

Quindi $s=s_1+s_2=9+90=99m$, e quindi si ferma a 1 metro dall'ostacolo

17 Un macchinista che sta andando a 198 km/h vede a 200 m di distanza l'ultima carrozza di un treno che lo precede sullo stesso binario e che sta andando a 97,2 km/h. Se frena con $a=-2,00\ m/s^2$ riesce a fermarsi prima di tamponarlo? In caso di risposta affermativa precisare che distanza intercorre tra i due treni quando il primo si ferma e dopo che sono trascorsi 14,0 s dall'inizio della frenata.

[186 m; 4,0 m]

$$\begin{cases} s_1 = -t^2 + 55t \\ s_2 = 27t + 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -2t + 55 \\ v_2 = 27 \end{cases}$$

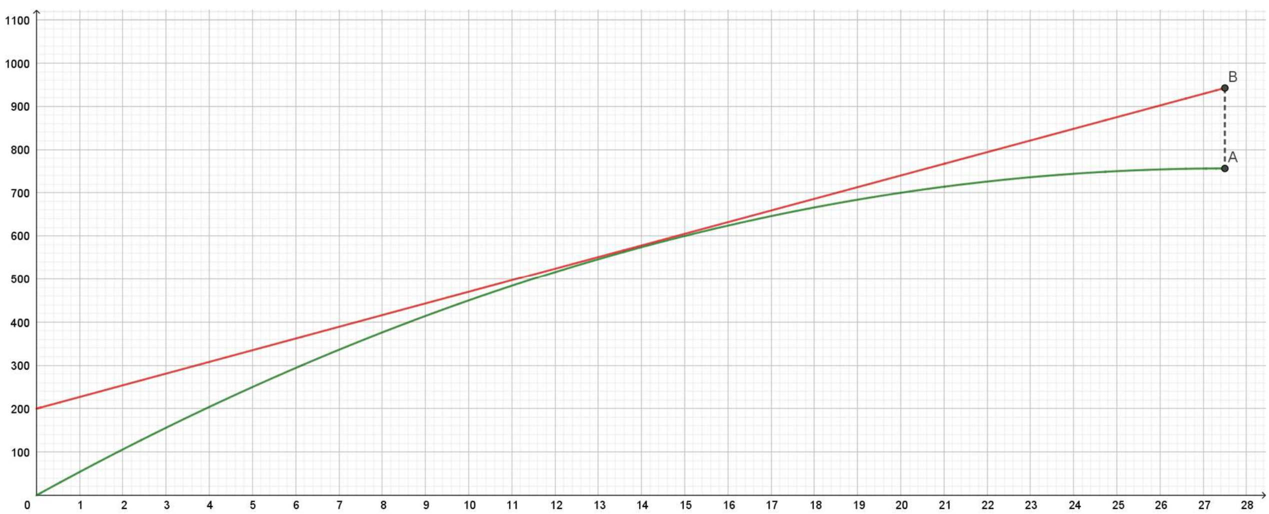
Il primo treno si ferma quando : $v_1 = -2t + 55 = 0 \Rightarrow \quad t = \dfrac{55}{2} = 27,5s$ e ha percorso uno spazio:

$s_1 = -t^2 + 55t = 756,25m$ oppure: $s_1 = \dfrac{v^2 - v_0{}^2}{2a} = \dfrac{-55^2}{2(-2)} = 756,25m$

In questo tempo: $\begin{cases} s_1 = 756,25m \\ s_2 = 27(27,5) + 200 = 942,5m \end{cases}$ la distanza tra i due treni:

$d = s_2 - s_1 = 942,5 - 756,25 = 186,25m$

Per un tempo t=14: $\begin{cases} s_1 = -(14)^2 + 55(14) = 574m \\ s_2 = 27(14) + 200 = 578m \end{cases}$ distanza $d = s_2 - s_1 = 4m$



18 Un automobilista di notte, in una strada poco illuminata, si accorge, dopo aver superato un dosso, che davanti a lui a 10 m di distanza si trova un pullman che sta andando a 39,6 km/h, per cui frena immediatamente con $a = -1,7$ m/s^2 nel tentativo di evitare il tamponamento. Se stava procedendo inizialmente a 61,2 km/h, riesce a evitare l'urto?

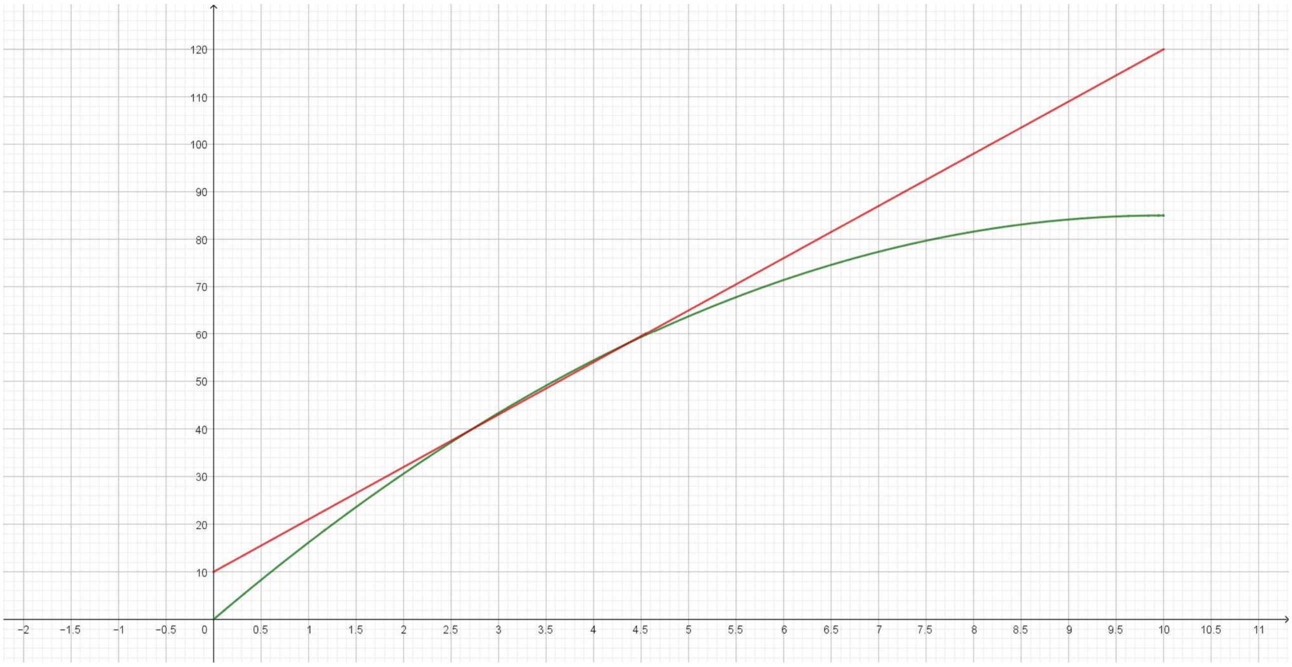
[No, perché...]

$$\begin{cases} s_1 = -0,85t^2 + 17t \\ s_2 = 11t + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -1,7t + 17 \\ v_2 = 11 \end{cases}$$

Per vedere se i due corpi entrano a contatto occorre mettere a sistema le due leggi orarie, con s1=s2

$$\begin{cases} s_1 = s_2 = 11t + 10 \\ -0,85t^2 + 17t = 11t + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = s_2 = 11t + 10 \\ 0,85t^2 - 6t + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = s_2 = 11(2,7) + 10 = 39,7m \\ t = \dfrac{6 \pm \sqrt{2}}{1,7} = \left\langle \begin{matrix} 2,7 \\ 4,4 \end{matrix} \right. \end{cases}$$

Come si ve il treno prima di fermarsi (tempo di fermata: $t = \dfrac{-v_0}{a} = \dfrac{17}{1.7} = 10s$) dopo 2,7s incrocia il pullman.



19 Martina e Gaia, alla guida delle rispettive auto, stanno viaggiando lungo una stretta strada rettilinea in verso opposto. Martina è partita da 8,0 s e sta accelerando con $a = 2,4\ m/s^2$, mentre Gaia va a 79,2 km/h, quando alla distanza di 130 m si avvistano e per evitare lo scontro cominciano entrambe a decelerare con $a = -3,5\ m/s^2$.
Le due automobiliste si scontrano? In caso di risposta negativa precisa a quale distanza si sono fermate.
[8,2 m]

Nei primi 8 secondi: , $v_1 = 2,4(8) = 19,2m/s$

Primo modo:

l'automobile 1: si ferma dopo: $s_1 = \dfrac{-v_1^{\ 2}}{2a} = \dfrac{-19,2^2}{2(-3,5)} = 52,7m$

l'automobile 2: si ferma dopo: $s_2 = \dfrac{-v_2^{\ 2}}{2a} = \dfrac{-22^2}{2(-3,5)} = 69,1m$

$s = s_2 + s_1 = 69,1 + 52,7 = 121,84$

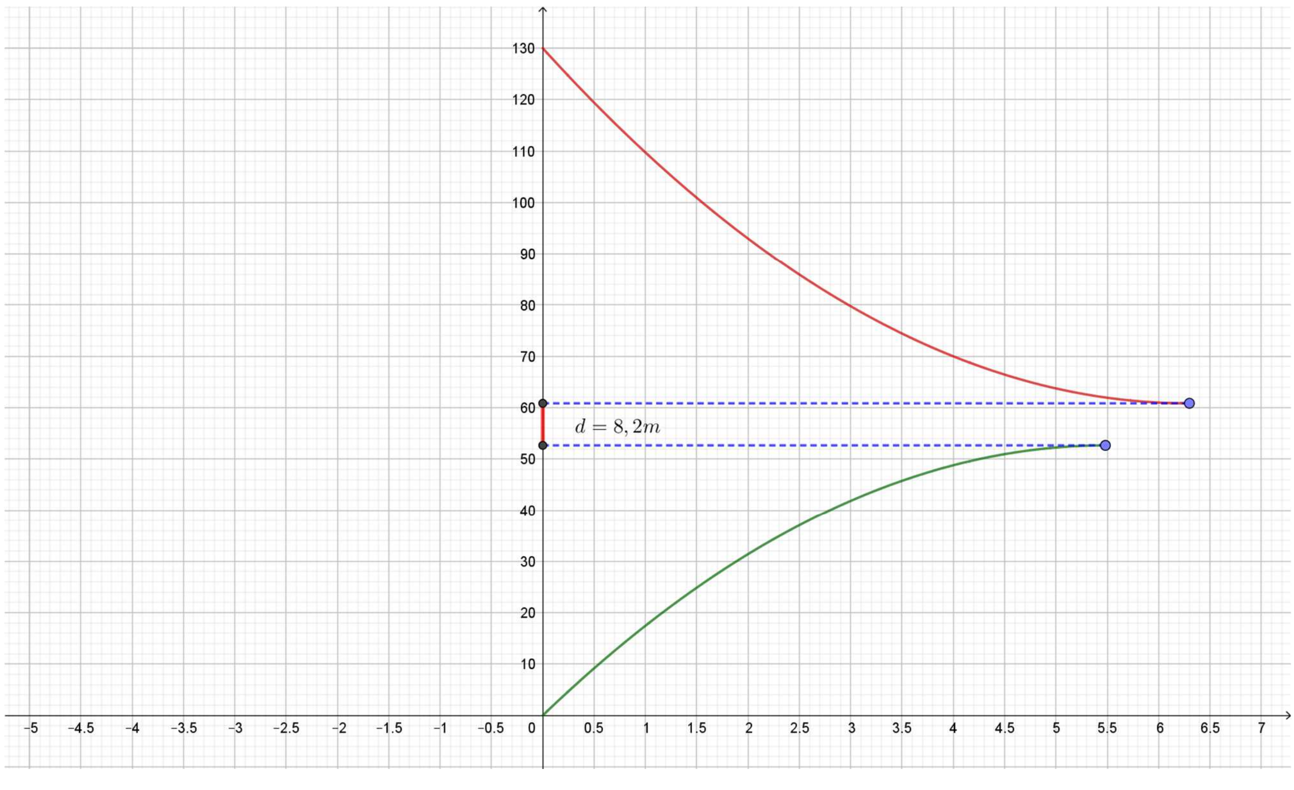
Rispetto ai 130 m $d = 130 - 121,84 = 8,2m$

Secondo modo:

$$\begin{cases} s_1 = -1,75t^2 + 19,2t \\ s_2 = 1,75t^2 - 22t + 130 \end{cases}$$ $\Rightarrow$ le automobili si fermano:

$$\begin{cases} v_1 = -3,5t + 19,2 = 0 \\ v_2 = 3,5t + 22 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{19,2}{3,5} = 5,5s \\ t_2 = \dfrac{22}{3,5} = 6,3s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = -1,75t^2 + 19,2t = 52,66 \\ s_2 = 1,75t^2 - 22t + 130 = 60,85 \end{cases}$$

$$d = 60,85 - 52,66 = 8,2m$$



20 Giorgio e Francesco, che stanno guidando con i rispettivi motorini, procedono in verso opposto e distano 35 m. Giorgio, che sta andando alla velocità di 32,4 km/h frena con $a = -2{,}7\ m/s^2$ mentre Francesco, che procede a 25,2 km/h inizia a frenare con $a = -2{,}0\ m/s^2$.

a) I due motorini si scontrano? A che distanza tra loro si arrestano?

b) Se avessimo tenuto conto del tempo di reazione di Giorgio di 0,8 s e di quello di Francesco di 1,2 s, i due veicoli si sarebbero fermati in tempo?

[*a*) 7,75 m; *b*) No, perché...]

Primo modo:

l'automobile 1: si ferma dopo: $s_1 = \dfrac{-v_1^2}{2a} = \dfrac{-9^2}{2(-2,7)} = 15m$

l'automobile 2: si ferma dopo: $s_2 = \dfrac{-v_2^2}{2a} = \dfrac{-7^2}{2(-2)} = 12,25m$

Lo spazio percorso quando si fermano: $s = s_2 + s_1 = 15 + 12,25 = 27,25m$

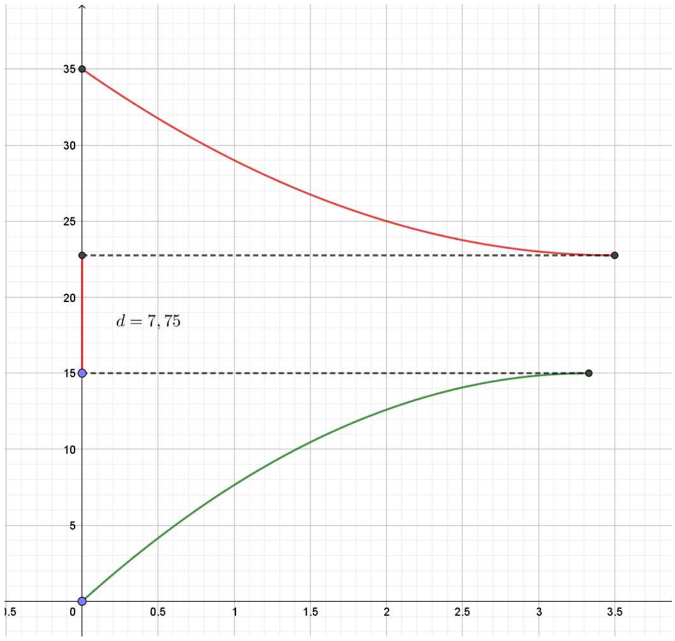
Distanza Rispetto ai 35 m $d = 35 - 27,25 = 7,75m$

Con i tempi di reazione: $s_1' = 9(0,8) = 7,2$ e $s_1' = 7(1,2) = 8,4$

I due percorrono uno spazio $s' = s_2' + s_1' = 7,2 + 8,4 = 15,6m$, e quindi la loro distanza diventa:

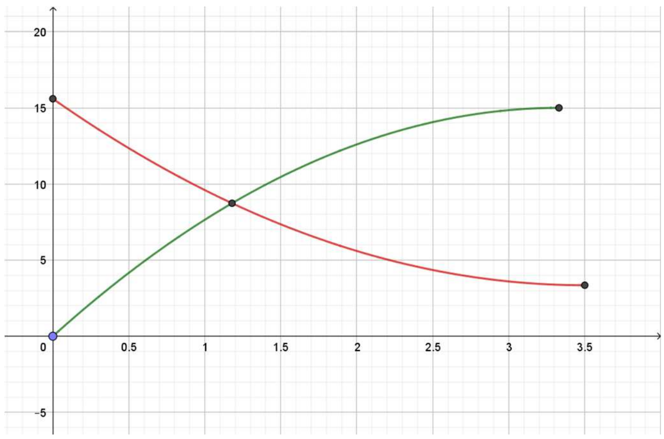
$d = 35 - 15,6 = 19,4m < 27,25m$, non si fermano in tempo.

Legge oraria primo caso: $\begin{cases} s_1 = -1,35t^2 + 9t \\ s_2 = t^2 - 7t + 35 \end{cases}$

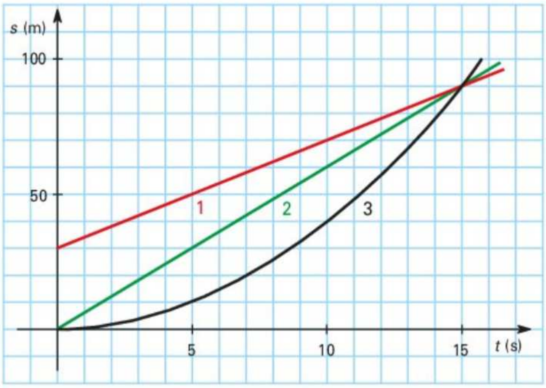


Legge oraria secondo caso: $\begin{cases} s_1 = -1,35t^2 + 9t \\ s_2 = t^2 - 7t + 15,6 \end{cases}$ si incontrano: $\begin{cases} s_1 = s_2 = -1,35t^2 + 9t \\ t^2 - 7t + 15,6 = -1,35t^2 + 9t \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} s_1 = s_2 = -1,35t^2 + 9t \\ 2,35t^2 - 16t + 15,6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \; t = \dfrac{16 \pm 10,46}{4,7} = 1,2s$ molto prima dei due tempi di arresto.



21 Analizza il grafico riportato qui sotto.



a) Scrivi la legge oraria di ciascuno dei tre moti rappresentati nel grafico.
b) Calcola la velocità dei pedoni 1 e 2 e del ciclista 3 quando si incontrano.
c) Determina istante e posizione in cui il ciclista 3 ha la stessa velocità del pedone 1, dopodiché la stessa velocità del pedone 2. Che cosa accomuna in quei punti la parabola alle rette?
d) Trova la velocità media del ciclista 3 nei primi 15 s.
[*b*) 4 m/s, 6 m/s, 12 m/s; *c*) 5 s, 10 m; 7,5 s, 22,5 m; *d*) 6 m/s]

Si icontrano nel punto (15,90)

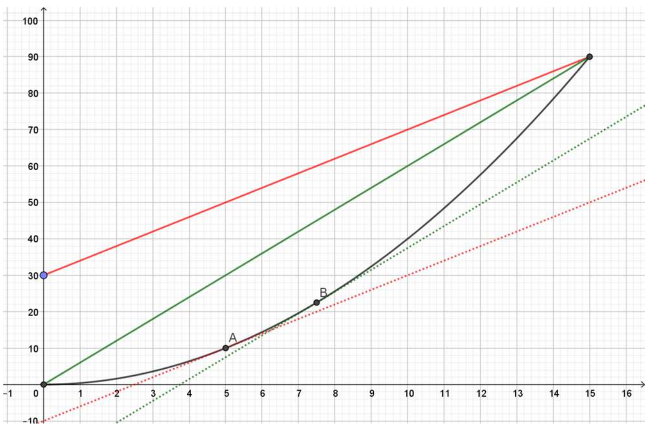
$$v_1 = \frac{90-30}{15} = 4 \ , \quad v_2 = \frac{90}{15} = 6 \quad a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2(90)}{15^2} = 0,8$$

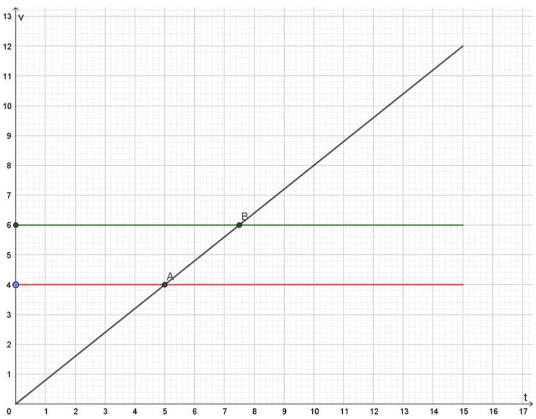
$$\begin{cases} s_1 = 4t + 30 \\ s_2 = 6t \\ s_3 = 0,4t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = 4 \\ v_2 = 6 \\ v_3 = 0,8t \end{cases} \qquad v_3 = 0,8(15) = 12 m/s$$

Il ciclista 3 ha la stessa velocità di 1: $\begin{cases} v_1 = 4 \\ t = \dfrac{v_3}{0,8} = \dfrac{4}{0,8} = 5s \end{cases}$ e in una posizione $s_3 = 10m$ A(5,10)

Il ciclista 3 ha la stessa velocità di 2: $\begin{cases} v_2 = 6 \\ t = \dfrac{6}{0,8} = 7,5s \end{cases}$ e in una posizione $s_3 = 22,5m$ B(7.5, 22,5)

Nei punti A e B le rette tangenti alla parabola sono parallele alla retta in 1 e in 2 .





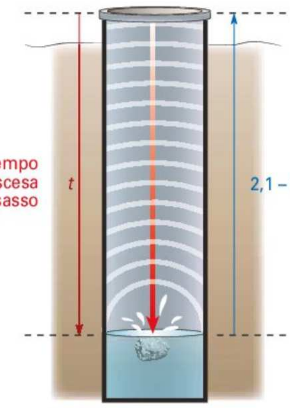
22 Un vaso di fiori cade da un balcone a 9,0 m dal suolo, mentre Federico che si trova su un balcone soprastante a 15 m di altezza lancia un mazzo di chiavi. A che velocità lo deve lanciare affinché chiavi e vaso arrivino contemporaneamente al suolo? [4,4 m/s]

$\begin{cases} s_1 = 4,9t^2 \\ s_2 = 4,9t^2 + v_0 t \end{cases}$ quando i fiori e le chiavi arrivano a terra: $\begin{cases} 4,9t^2 = 9 \\ 4,9t^2 + v_0 t = 15 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} t = \sqrt{\dfrac{9}{4,9}} = 1,36s \\ 4,9(1.36)^2 + v_0(1.36) = 15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t = \sqrt{\dfrac{9}{4,9}} = 1,36s \\ v_0 = \dfrac{15 - 4,9(1.36)^2}{(1.36)} = 4,37m/s \end{cases}$$

23 Lasciamo cadere un sasso in un pozzo e sentiamo dopo 2,1 s il rumore dell'impatto con l'acqua. Sapendo che la velocità del suono nell'aria è di 340 m/s, determina la profondità del pozzo.



SUGGERIMENTO In fase di discesa il moto è uniformemente accelerato con partenza da fermo e dura un certo tempo t; in fase di risalita il suono si muove di moto rettilineo e uniforme e impiega un tempo $2,1 - t$. [20,4 m]

Se h è l'altezza del ponte e se $t_{tot} = t + t_2 = 2,1$ è il tempo totale

$$\begin{cases} s_1 = 4,9t^2 \\ s_2 = 340t_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 4,9t^2 \\ h = 340(2,1-t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 4,9t^2 \\ 4,9t^2 = 340(2,1-t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 4,9t^2 \\ 4,9t^2 + 340t - 714 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} h = 4,9(2,04)^2 = 20,4m \\ t = \dfrac{-340 \pm 360}{9,8} = 2,04 \end{cases}$$

24 Da un terrazzo situato a 12 m di altezza Martina lancia in verticale verso il basso un giocattolo con $v_0 = 0{,}5$ m/s. Luca si sporge dalla finestra del piano sottostante 3,0 m più in basso e si vede passare davanti il giocattolo.

a) Quanto tempo impiega il giocattolo per giungere al piano dove si trova Luca?

b) Quale velocità ha il giocattolo quando passa davanti a Luca?

c) Qual è invece la velocità che ha nel momento in cui arriva al suolo?

SUGGERIMENTO *a*) Si tratta di un moto rettilineo uniformemente accelerato con velocità iniziale diversa da 0 per cui, utilizzando la relativa legge oraria $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ in cui $a = g$ si ottiene un'equazione di II grado nella variabile *t*...

[(*a*) 0,73 s; *b*) 28 km/h; *c*) 55 km/h]

$$\begin{cases} s = 4{,}9t^2 + 0{,}5t \\ v = 9{,}8t + 0{,}5 \end{cases}$$

Quando percorre s=3m $\Rightarrow$ $s = 4{,}9t^2 + 0{,}5t = 3 \;\Rightarrow\; 4{,}9t^2 + 0{,}5t - 3 = 0 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{-0{,}5 \pm 7{,}68}{9{,}8} = 0{,}73s$

$$\begin{cases} s = 3 \\ v = 9{,}8(0{,}73) + 0{,}5 = 7{,}7m/s = 27{,}6km/\text{h} \end{cases}$$

Velocità quando arriva al suolo: $v^2 - {v_0}^2 = 2as \;\Rightarrow$

$$v = \sqrt{2as + {v_0}^2} = \sqrt{2(9{,}8)12 + 0{,}5^2} = 15{,}3m/s = 55{,}2km/h$$

•25 Due sfere vengono lanciate verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = 15$ m/s. I due lanci avvengono nello stesso punto a distanza di 2,0 s l'uno dall'altro.

a) Dopo quanto tempo dal lancio le sfere si incontrano (hanno cioè la stessa distanza dal suolo)?

b) A quale altezza?

SUGGERIMENTO Se *t* è il tempo misurato a partire dal primo lancio, allora il tempo del secondo lancio sarà *t* – ...

[(*a*) 2,53 s; *b*) 6,6 m]

$$\begin{cases} s_1 = -4{,}9t^2 + 15t \\ s_2 = -4{,}9(t-2)^2 + 15(t-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = s_1 = -4{,}9t^2 + 15t \\ -4{,}9(t-2)^2 + 15(t-2) = -4{,}9t^2 + 15t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = s_1 = -4{,}9t^2 + 15t \\ 19{,}6t - 19{,}6 - 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} s_2 = s_1 = -4{,}9t^2 + 15t = 6{,}6m \\ t = \dfrac{49{,}6}{19{,}6} = 2{,}53s \end{cases}$$

26 Un'auto accelera da (8,6 ± 0,2) m/s a (25,5 ± 0,5) m/s in un intervallo di tempo di (7,2 ± 0,1) s. Determina la scrittura dell'accelerazione.

Come valuti l'incertezza dell'accelerazione? Per quale motivo l'errore relativo è aumentato rispetto a quelli iniziali delle velocità e dell'intervallo di tempo?

[(2,3 ± 0,2) m/s²]

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(25{,}5 \pm 0{,}2) - (8{,}6 \pm 0{,}5)}{7{,}2 \pm 0{,}1} = \frac{16{,}9 \pm 0{,}7}{7{,}2 \pm 0{,}1} = 2{,}3 \pm 0{,}2$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta t}{t} = \frac{0{,}7}{2{,}3} + \frac{0{,}1}{7{,}2} \;\Rightarrow\; \Delta a = \left(\frac{0{,}7}{16{,}9} + \frac{0{,}1}{7{,}2}\right)2{,}3 = (0{,}32)16{,}9 = 0{,}2m/s^2$$

•27 In laboratorio sono stati rilevati i seguenti dati, necessari per il calcolo dell'accelerazione del carrello che si è mosso sulla guidovia a cuscino d'aria con accelerazione costante: $s = (62{,}8 \pm 0{,}2)$ cm, $t = (1{,}35 \pm 0{,}01)$ s. Scrivi la misura dell'accelerazione del carrello.

SUGGERIMENTO Devi ricorrere alla formula inversa che dà l'accelerazione a partire dalla legge oraria del moto, in cui il 2 non è influente ai fini dell'incertezza...

[(0,69 ± 0,02) m/s²]

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2(0,68)}{1,35^2} = 0,69$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta s}{s} + 2\frac{\Delta t}{t} = \frac{0,2}{62,8} + 2\frac{0,01}{1,35} \Rightarrow \quad \Delta a = \left(\frac{0,002}{0,628} + 2\frac{0,01}{1,35}\right)0,69 = 0,02 m/s^2$$

$$a = (0,69 \pm 0,02) m/s^2$$

28 A motorcycle is travelling at a speed of 54 km/h. What is the motorcycle's average acceleration, if during a 6.9-s time interval its final speed is 89 km/h?

[1.41 m/s²]

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{24,72 - 15}{6,9} = 1,41 m/s^2$$

29 A red car is travelling at a constant speed of 81 km/h in a straight-line path when it passes a black car at rest. Then after 2 s the black car starts from rest and travels with a uniform acceleration of +2.5 m/s². *a*) How long does it takes the black car to overtake the red one? *b*) How fast is the black car going at that moment?

[*a*) 19.8 s; *b*) 178 km/h]

$$\begin{cases} s_1 = 22,5t \\ s_2 = 1,25(t-2)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = s_1 = 22,5t \\ 1,25(t-2)^2 = 22,5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = s_1 = 22,5t \\ 1,25t^2 - 27,5t + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} s_2 = s_1 = 22,5(21,8) = 490,8m \\ t = \dfrac{27,5 \pm 27,04}{2,5} = \left\langle \begin{matrix} 21,8 \\ \cancel{0,18} \end{matrix} \right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 22,5 \\ v_2 = 2,5(t-2) = 49,5 m/s = 178,2 km/h \end{cases}$$