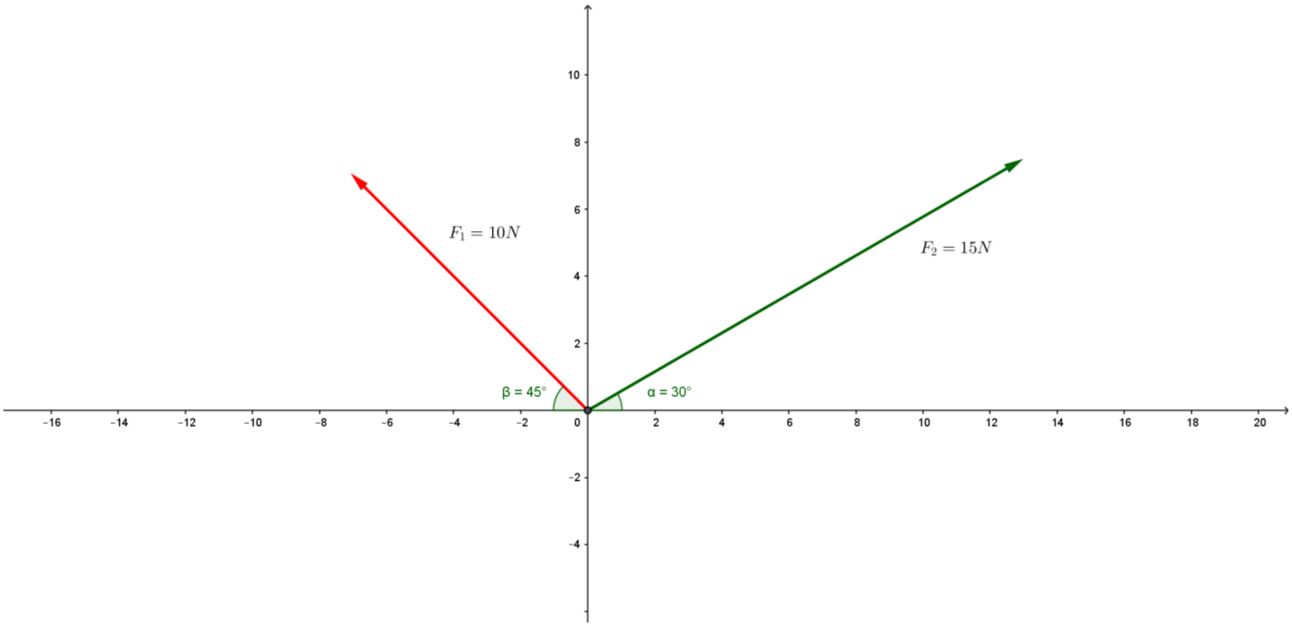
Problema 1:

Siano date due forze F1 e F2 come in Figura. Dove F1=10N e F2=15. Trovare la forze F3 in modo che il sistema sia in equilibrio.



Soluzione:

Un sistema di forze è in equilibrio quano la somma delle forze è zero, dal punto di vista delle componenti, un sistema è in equilibrio quano la somma delle componenti sulla x è uguale a zero e la somma delle componenti sull'asse y è uguale a zero:

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_3 = -\left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = -\vec{F}$, dove il vettore F è la risultane della somma di F1 e F2.

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{3x} = -(F_{1x} + F_{2x}) \\ F_{3y} = -(F_{1y} + F_{2y}) \end{cases}$$

$$F_{1x} = -F_1 \cos 45° = -7{,}1$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45° = 7{,}1$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 30° = 13N$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 30° = 7{,}5$$

Da cui sostituendo:

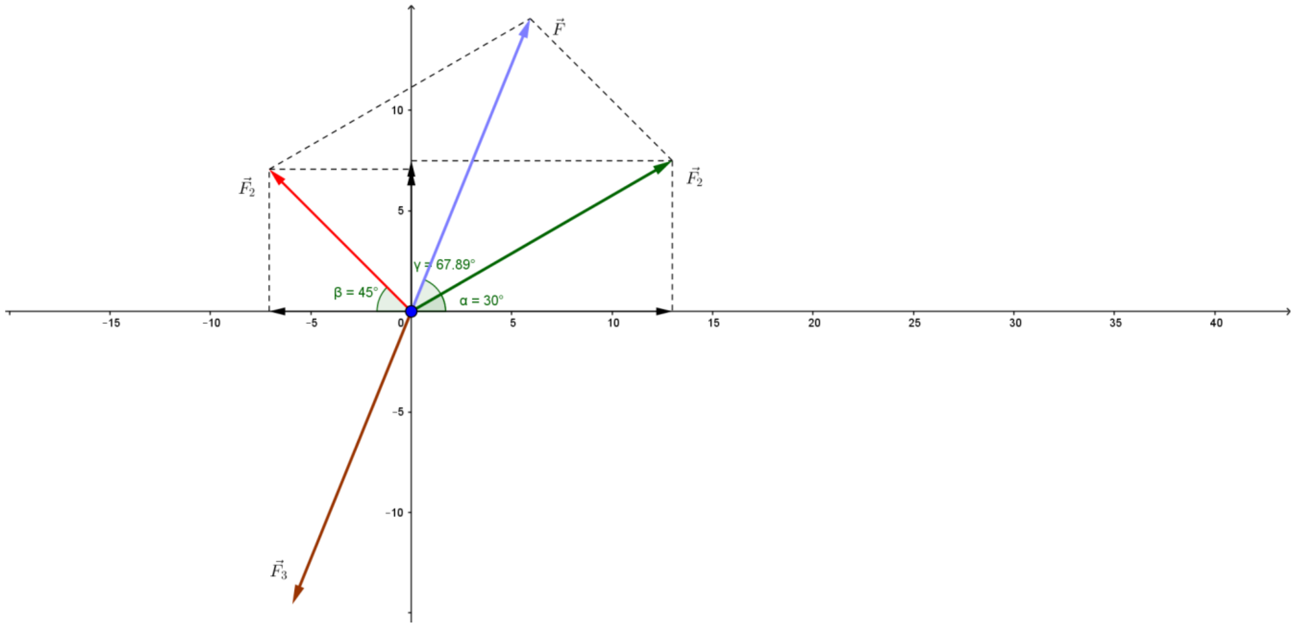
$$\begin{cases} F_{3x} = -(F_{1x} + F_{2x}) = -(7.1 + 13) = -5.9N \\ F_{3y} = -(F_{1y} + F_{2y}) = -(7.1 + 7.5) = -14.6N \end{cases}$$

$F_3 = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = \sqrt{(5.9)^2 + (14.6)^2} = 15{,}7N$ e $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{F_{3y}}{F_{3x}}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{14.6}{5.9}\right) = 68°$

(dove alfa è l'angolo che forma con l'asse x negativo)

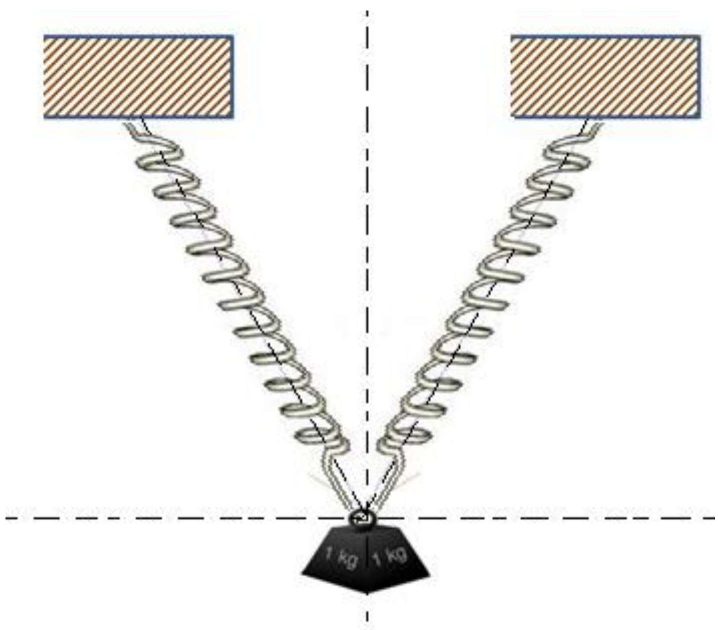
Osserviamo che la risultante di F1 e F2 F:

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} = 7.1 + 13 = 5.9N \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} = 7.1 + 7.5 = 14.6N \end{cases} \quad \text{con} \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_{3y}}{F_{3x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{14.6}{5.9}\right) = 68°$$



Problema 2:

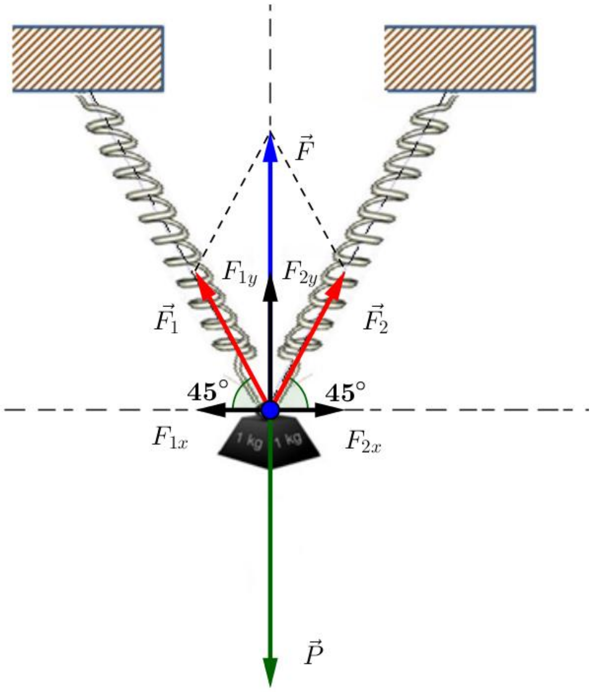
Una massa m appesa a due molle uguali di costante elastica k=150N/m (vedi figura) , produce un'allungamento su ogni molla di 2 cm. Se le due molle hanno un inclinazione rispetto alla linea di orrizzonete di 45° , trovare la massa m.



Soluzione:

Dati

k=150 N/m e $\Delta s = 2cm = 0,02m$



La molla 1 genera una forza elastica : $F_1 = k \cdot \Delta s = 150(0,02) = 3N$

La molla 2 genera una forza elastica : $F_2 = k \cdot \Delta s = 150(0,02) = 3N$

E la massa m genera una forza: $P = mg$

Dato che il sistema sta in equilibrio, la somma delle componenti sull'asse x e sull'asse y è nulla:

$\vec{F}_1 = \left(-F_{1x}, F_{1y}\right)$, $\vec{F}_2 = \left(F_{2x}, F_{2y}\right)$, $\vec{P} = \left(0, -\mathrm{P}\right)$

$$\begin{cases} -F_{1x} + F_{2x} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{1x} = F_{2x} \\ P = F_{1y} + F_{2y} \end{cases}$$

$F_{1x} = F_1 \cos 45° = 2,1$

$F_{1y} = F_1 \sin 45° = 2,1$

$F_{2x} = F_2 \cos 45° = 2,1N$

$F_{2y} = F_2 \sin 45° = 2,1$

Sostituendo:

$$\begin{cases} 2,1 = 2,1 \\ mg = F_{1y} + F_{2y} = 2.1 + 2.1 = 4.2\,\mathrm{N} \end{cases}$$ da cui $mg = 4.2\,\mathrm{N} \Rightarrow m = \frac{4.2}{g} = \frac{4,2}{9,8} = 0,43Kg = 43g$

Osserviamo che la risultante tra F1 e F2 la posso calcolare con il teorema di Pitagora, dato che il parallelogramma che si forma è un quadrato:

$$P = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4,2N$$

da cui $mg = 4.2\,\mathrm{N} \Rightarrow m = \frac{4.2}{g} = \frac{4,2}{9,8} = 0,43Kg = 43g$